AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS.- 1 ESO

Unidad 1 Números naturales. Divisibilidad

¿Hay que calcular el m.c.m. o el m.c.d.?

EJEMPLO 1:

"En una papelería quedan 150 bolígrafos azules, 90 rojos y 120 negros. Para liquidar la papelería, sus dueños quieren hacer lotes con ellos. Cada lote solo puede contener bolígrafos de un color, es decir, habrá lotes de bolígrafos rojos, lotes de bolígrafos azules y lotes de bolígrafos negros, y todos los lotes deben contener el mismo número de bolígrafos. ¿Cuántos bolígrafos como máximo puede haber en cada lote, para que no sobre ninguno?"

Algunas pistas…

- Queremos hacer *grupos iguales*, o sea, *dividir* los bolígrafos azules, los rojos y los negros en grupos que tengan los mismos elementos $\Rightarrow$ necesitamos buscar *divisores comunes* a 150, 90 y 120.

Podríamos hacer lotes de 2 bolígrafos, de 3 bolígrafos , de 5 bolígrafos , de 6 bolígrafos , de 10 bolígrafos…, porque todos estos números son divisores comunes de 150, 90 y 120.

- Pero, como nos pide el *número máximo posible* de bolígrafos en cada lote, necesitamos buscar el divisor común a los tres números más grande posible, es decir, el *MÁXIMO COMÚN DIVISOR*.

Así que, de entre todos los divisores comunes de 150, 90 y 120, elegiremos el mayor, que en este caso es 30 (para calcularlo seguiremos el procedimiento que se explica en la unidad).

EJEMPLO 2:

"En mi casa todos practicamos algún deporte. Mi madre va a Pilates una vez a la semana, mi hermana juega al baloncesto un día sí y otro no, y yo salgo a correr cada tres días. Si hoy hemos coincidido, ¿cuál es el próximo día en el que volveremos a coincidir?"

Algunas pistas…

Supongamos que hoy es el día "cero", (y mañana el día 1, pasado mañana el día 2…)

- Mi madre volverá a ir a Pilates los días: 7, 14, 21, 28, 35… todos los días que sean *múltiplos de 7*.
- Mi hermana volverá a entrenar baloncesto los días: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16… todos los días que sean *múltiplos de 2*.
- Y yo volveré a salir a correr los días 3, 6, 9, 12, 15, 18… todos los días que sean *múltiplos de 3*.
- Así que el primer número que sea a la vez múltiplo de 7, de 2 y de 3 será el próximo día que coincidiremos los tres: buscamos el *mínimo común múltiplo de 7, 2 y 3*. Este número es 42 (para calcularlo seguiremos el procedimiento que se explica en la unidad).

Justifica razonadamente si los siguientes problemas se resuelven a través múltiplos o divisores y calcula el resultado en cada caso:

1. **Tres corredores parten a la vez de línea de salida en una pista circular. El primero tarda 20 segundos en dar una vuelta, el segundo 30 segundos y el tercero, 45 segundos. ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno cuando pasen nuevamente por la línea de salida a la vez? ¿Cuánto tiempo habrá pasado?**

Comprueba tus resultados con la solución:

1. **El tiempo que nos piden será el múltiplo común de 20, 30 y 45 más pequeño** $\Rightarrow \text{m.c.m.}(20, 30, 45) = 180$ **s.**

El primero habrá dado $\frac{180}{20} = 9$ vueltas, el segundo $\frac{180}{30} = 6$ vueltas y el tercero $\frac{180}{45} = 4$ vueltas.

3. **Federico tiene monedas de 2 €, Arancha billetes de 10 €, Álvaro billetes de 20 € e Itziar billetes de 50 €. Todos tienen el mismo dinero. ¿Cuál es la cantidad mínima que tiene cada uno para que esto pueda ser cierto?**

Comprueba tus resultados con la solución:

3. La cantidad que nos piden será el múltiplo común de 2, 10, 20 y 50 más pequeño $\Rightarrow \text{m.c.m.}(2, 10, 20, 50) = 100$

Cada uno tiene 100 € en monedas o billetes diferentes.

4. Completa el crucigrama:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						
6						

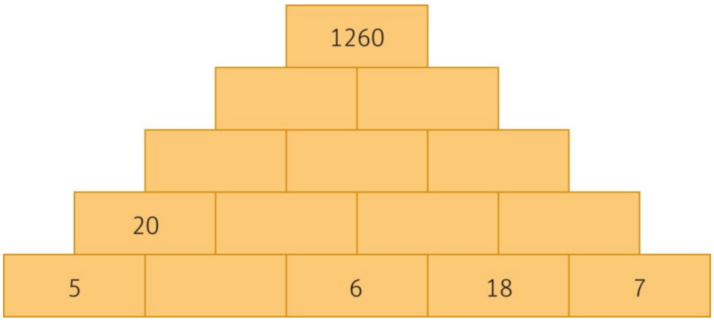
HORIZONTALES

1. Tercer múltiplo de 12 ● m.c.m.(60, 90)
2. Primer número primo de dos cifras ● La unidad
3. Cuarto múltiplo de 3 dividido por 6 ● Ocho por ocho ● El primer número primo
4. Primer número de tres cifras divisible por 3, 5 y 7 ● Número más pequeño que es divisible entre 8
5. Cuadrado perfecto siguiente a 100 ● Resultado de dividir un número entre sí mismo
6. Nada ● m.c.m.(36, 120)

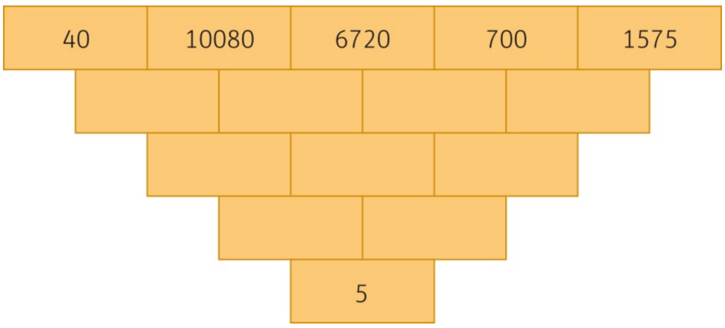
VERTICALES

A. m.c.d.(3, 6) ● El II romano● Una decena.
B. Primer número comprendido entre 60 y 70 que al dividirlo por 2 da de resto 1● m.c.d.(24, 60)
C. Segundo año del siglo XVII.
D. El anterior al dos● m.c.m.(9, 15) ● El anterior al número romano IV
E. Primer múltiplo de 9 mayor que 75 ● Menor divisor de 80 de dos cifras
F. Nada ● m.c.m.(77, 44) dividido entre 11 ● Nada.

5. Completa los números que faltan sabiendo que el número que aparece en cada ladrillo es el m.c.m. de los números que aparecen en los ladrillos sobre los que se apoya.



6. Completa los números que faltan sabiendo que el número que aparece en cada ladrillo es el m.c.d. de los números que aparecen en los ladrillos que se apoyan en él.



Plantea el problema y no operes hasta el final

Observa este ejemplo:

Cuatro amigos quieren comprar un regalo a su profe. El primero pone 14 €, el segundo pone el doble que el primero, el tercero pone 3 € menos que el segundo. Si el regalo vale 85 €, ¿cuánto tiene que poner el cuarto?

Vamos a resolver este problema, indicando las operaciones, pero sin realizarlas hasta el final:

- El primero pone: 14
- El segundo pone: $2 \cdot 14$
- El tercero pone: $2 \cdot 14 - 3$
- Entre los tres: $14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)$
- El cuarto tiene que poner: $85 - \left[14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)\right]$

Resolvemos esta última operación poniendo en práctica la jerarquía de operaciones que ya conoces:

$$85 - \left[14 + 2 \cdot 14 + (2 \cdot 14 - 3)\right] = 85 - (14 + 28 + 25) = 85 - 67 = 18$$

El cuarto amigo tiene que poner 18 €.

Ahora haz tu lo mismo en los siguientes problemas:

1. Carlos ha ido a comprar algunas cosillas que necesita para empezar el curso. Ha comprado:
- Tres bolígrafos, a 1 € cada uno
- Un pegamento de 2 €
- Un paquete de rotuladores de 5 €
- Cuatro rollos para forrar los libros, a 2 € la unidad

Ha pagado con un billete de 20 €. ¿Cuánto le han devuelto?

2. Los últimos movimientos de mi hucha han sido:
- metí 53 € que me dieron por mi cumpleaños
- saqué 18 € para pagarme una excursión
- saqué dos veces 10 € para irme al cine

Hoy he abierto la hucha y tengo 36 €. ¿Cuánto tenía inicialmente?

3. Kepler nació 7 años más tarde que Galileo y murió 12 años antes. Si Kepler murió con 59 años en 1630. ¿Cuántos años vivió Galileo?

4. En una granja hay 630 animales entre gallinas, pavos y ovejas. El número de gallinas es de 250, y el de pavos 75 unidades menos que el de gallinas. ¿Cuántas patas hay entre todos los animales?

5. Una fábrica de rosquillas las envasa en bolsas de 15 unidades. Luego las empaquetan en cajas que contienen 30 bolsas en cada caja. El precio de una caja es de 45 €. Una cafetería ha hecho un pedido de 20 cajas. La ración de rosquillas que sirven a sus clientes contiene 6 rosquillas y cuesta 3 €.
- ¿Cuántas raciones pueden servir?

a) ¿Cuánto dinero gana la cafetería con las rosquillas?

Operaciones combinadas con números enteros

1. Realiza estas operaciones:

a) $-(-3+15)+(-6+2)$

b) $-(-3+15)-(-6+2)$

c) $-(-4)+(-7)-(-3+2)$

d) $-(-4-7)-(-3+2)$

e) $+8-(-5+4)-(-6-11)+(3-15+7)$

f) $+8-(-5+4)-(-6-11+3-15+7)$

Para operar con números enteros es preciso usar el orden adecuado. Este orden se conoce como jerarquía de operaciones

Operar paréntesis (desde dentro hacia fuera)

1. Multiplicaciones y divisiones
2. Sumas y restas

Operar de izquierda a derecha

$$[(-5+3)-8]\cdot(-2)+4:[3+(-1)]$$
$$(-2-8)\cdot(-2)+4:(3-1)$$
$$(-10)\cdot(-2)+4:2$$
$$20+2$$
$$22$$

2. Realiza las siguientes operaciones. Trabaja en vertical y señala en cada paso la parte que operas.

a) $-2\cdot(-3)+(-1)\cdot(5+6)-14:(-7)$

b) $(-2+6)\cdot(8-9)+(6-3)\cdot(3-5):(-6)-9\cdot 11$

c) $[(-2+1):(8-3+2)+(-9):3]\cdot(3-5)-9\cdot[15:(-2-1)]$

d) $[-2\cdot(2-7)+(-4)-3]+[(3-12)-9]:[(-2)\cdot(-3)]-(-6)$

<u>Comprueba tus resultados con las soluciones:</u>

a) $-2\cdot(-3)+(-1)\cdot(5+6)-14:(-7)=6+(-1)\cdot 11+2=6-11+2=-3$

b) $(-2+6)\cdot(8-9)+(6-3)\cdot(3-5):(-6)-9\cdot 11=4\cdot(-1)+3\cdot(-2):(-6)-99=-4-6:(-6)-99=$
$=-4+1-99=-94$

c) $[(-2+1):(8-3+2)+(-9):3]\cdot(3-5)-9\cdot[15:(-2-1)]=[(-1)\cdot 7+(-3)]:(-2)-9\cdot[15:(-3)]=$
$=(-7-3):(-2)-9\cdot(-5)=$
$=(-10):(-2)+45=5+45=50$

d) $[-2\cdot(2-7)+(-4)-3]+[(3-12)-9]:[(-2)\cdot(-3)]-(-6)=[-2\cdot(-5)+(-4)-3]+[(-9)-9]:6+6=$
$=(10-4-3)+(-18):6+6=3-3+6=6$

1. Escribe las siguientes potencias como producto o cociente de potencias.

b) $(3 \cdot 6)^5$

c) $[4 \cdot (-2)]^3$

d) $(7 \cdot 2 \cdot 5)^2$

d) $[(-2) \cdot 5 \cdot (-8)]^2$

e) $(15 : 3)^4$

f) $[(-36) : 9]^3$

2. Expresa estas operaciones como una única potencia.

e) $2^5 \cdot 2$

f) $(-5)^2 \cdot (-5) \cdot (-5)^7$

g) $3^5 : 3^2$

h) $(-4)^5 : (-4)^4$

e) $\left[(-3)^2\right]^4$

f) $\left[(5^2)^3\right]^4$

g) $(2^3 \cdot 2^2) : 2^4$

h) $(3^2)^3 : 3^5$

3. Completa los huecos que faltan con el número que corresponde en cada caso.

a) $(2 \cdot \boxed{\bullet})^2 = 2^{\boxed{\cdot}} \cdot \boxed{\bullet}^{\boxed{\cdot}} = 36$

b) $(8 : 4)^{\boxed{\cdot}} = 8^{\boxed{\cdot}} : 4^{\boxed{\cdot}} = 16$

c) $(-3)^2 \cdot (-3)^{\boxed{\cdot}} = 81$

d) $2^2 \cdot 2^{\boxed{\cdot}} \cdot 2 = 2^{\boxed{\cdot}} = 32$

e) $3^{\boxed{\cdot}} : 3^2 = 3^{\boxed{\cdot}} = 27$

f) $4^6 : 4^3 = 4^{\boxed{\cdot}} = \boxed{\bullet}$

g) $(2^{\boxed{\cdot}})^3 = 2^{\boxed{\cdot}} = 64$

h) $\left[(-3)^2\right]^{\boxed{\cdot}} = (-3)^{\boxed{\cdot}} = 9$

4. Une mediante flechas cada operación con su correspondiente expresión como una única potencia y con su valor.

$(-3)^2 \cdot (-3)$	$(-3)^2$	–27
$[6 : (-2)]^2$	$(-3)^4$	81
$\left[(-3)^4\right]^1$	$(-3)^5$	9
$(-3)^2 \cdot (-3) \cdot (-3)^2$	$(-3)^3$	–243

5. Indica si es verdadera o falsa cada una de las siguientes igualdades.

a) $(-3)^2 = 9$

b) $5^0 = 0$

c) $(-2)^1 = 1$

d) $(-2)^3 = -8$

e) $7^0 = 1$

f) $-3^2 = 9$

g) $(-5)^1 = -5$

h) $(-4)^2 = -16$

<u>Comprueba tus resultados con las soluciones:</u>

1.

a) $(3\cdot 6)^5 = 3^5\cdot 6^5$

b) $[4\cdot(-2)]^3 = 4^3\cdot(-2)^3$

c) $(7\cdot 2\cdot 5)^2 = 7^2\cdot 2^2\cdot 5^2$

d) $[(-2)\cdot 5\cdot(-8)]^2 = (-2)^2\cdot 5^2\cdot(-8)^2$

e) $(15:3)^4 = 15^4:3^4$

f) $[(-36):9]^3 = (-36)^3:9^3$

2.

a) $2^5\cdot 2 = 2^6$

b) $(-5)^2\cdot(-5)\cdot(-5)^7 = (-5)^{10}$

c) $3^5:3^2 = 3^3$

d) $(-4)^5:(-4)^4 = (-4)^1$

e) $\left[(-3)^2\right]^4 = (-3)^8$

f) $\left[(5^2)^3\right]^4 = 5^{24}$

g) $(2^3\cdot 2^2):2^4 = 2^5:2^4 = 2^1$

h) $(3^2)^3:3^5 = 3^6:3^5 = 3^1$

3.

a) $(2\cdot 3)^2 = 2^2\cdot 3^2 = 36$

b) $(8:4)^4 = 8^4:4^4 = 16$

c) $(-3)^2\cdot(-3)^2 = 81$

d) $2^2\cdot 2^2\cdot 2 = 2^5 = 32$

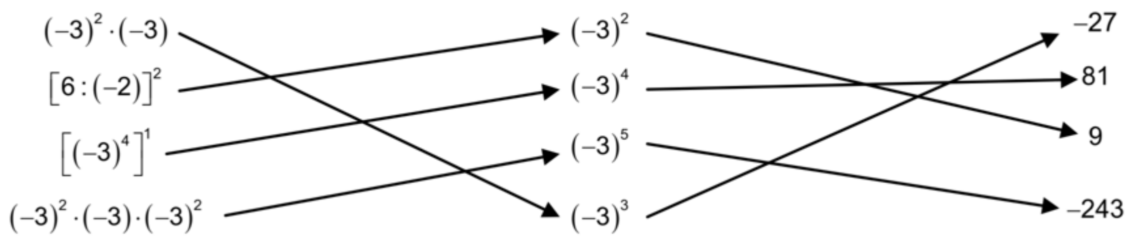
e) $3^5:3^2 = 3^3 = 27$

f) $4^6:4^3 = 4^3 = 64$

g) $(2^2)^3 = 2^6 = 64$

h) $\left[(-3)^2\right]^1 = (-3)^2 = 9$

4.



5.

a) $(-3)^2 = 9$ Verdadero

b) $5^0 = 0$ Falso $5^0 = 1$

c) $(-2)^1 = 1$ Falso $(-2)^1 = -2$

d) $(-2)^3 = -8$ Verdadero

e) $7^0 = 1$ Verdadero

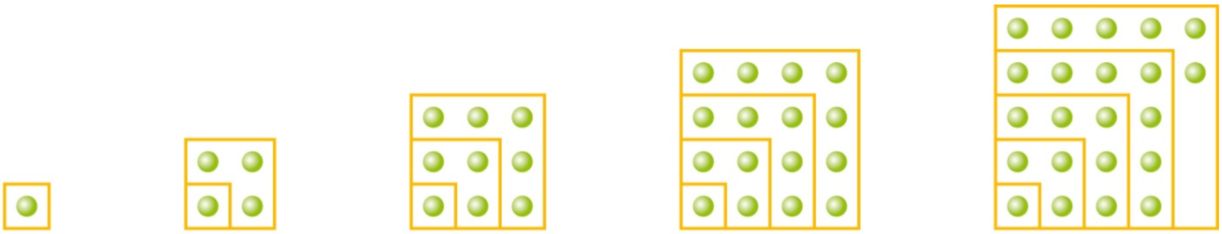
f) $-3^2 = 9$ Falso $-3^2 = -9$

g) $(-5)^1 = -5$ Verdadero

h) $(-4)^2 = -16$ Falso $(-4)^2 = 16$

Raíces cuadradas exactas y enteras

1. Cuando un número es un cuadrado perfecto se puede representar en forma de cuadrado. Fíjate cómo se van construyendo, completando cuadrados cada vez más grandes.



$1 = 1^2$ $\quad$ $4 = 2^2$ $\quad$ $9 = 3^2$ $\quad$ $16 = 4^2$ $\quad$ $22 = 4^2 + 6$

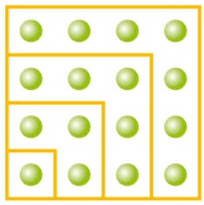
Haz tu lo mismo con los siguientes números.

i) 25 **c)** 40 **e)** 50 **g)** 64

j) 38 **d)** 47 **f)** 59 **h)** 80

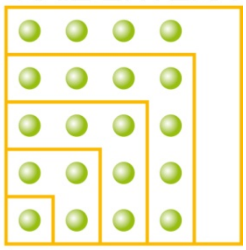
2. El lado de los cuadrados anteriores es el valor de la raíz cuadrada de los números que has representado. Si sobran unidades, la raíz es entera y esas unidades son el resto de la raíz.

RAÍZ EXACTA



$\sqrt{16} = 4 \Rightarrow 4^2 = 16$

RAÍZ ENTERA



$\sqrt{20} = 4$, resto 6

$\Downarrow$

$20 = 4^2 + 6$

Aprovechando los dibujos del ejercicio anterior, calcula

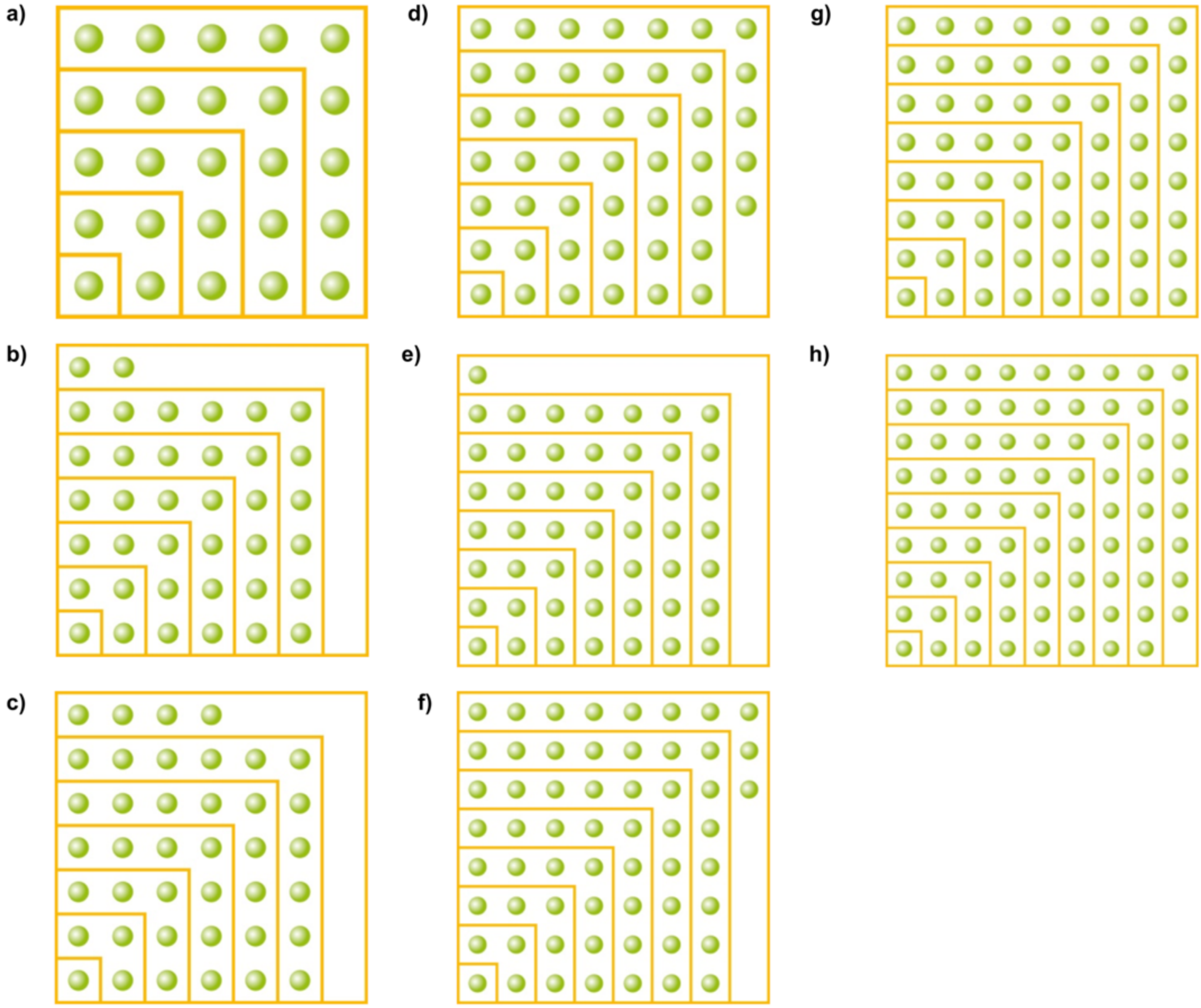
k) $\sqrt{25}$ **c)** $\sqrt{40}$ **e)** $\sqrt{50}$ **g)** $\sqrt{64}$

l) $\sqrt{38}$ **d)** $\sqrt{47}$ **f)** $\sqrt{59}$ **h)** $\sqrt{80}$

Comprueba tus resultados con las soluciones:

Ficha *Raíces cuadradas exactas y enteras*

1.



2.

a) $\sqrt{25} = 5 \Rightarrow 25 = 5^2$

b) $\sqrt{38} = 6$, resto $2 \Rightarrow 38 = 6^2 + 2$

c) $\sqrt{40} = 6$, resto $4 \Rightarrow 40 = 6^2 + 4$

d) $\sqrt{47} = 6$, resto $11 \Rightarrow 47 = 6^2 + 11$

e) $\sqrt{50} = 7$, resto $1 \Rightarrow 50 = 7^2 + 1$

f) $\sqrt{59} = 7$, resto $\Rightarrow 59 = 7^2 + 10$

g) $\sqrt{64} = 8 \Rightarrow 64 = 8^2$

h) $\sqrt{80} = 8$, resto $16 \Rightarrow 80 = 8^2 + 16$

Jerarquía de las operaciones

1. Realiza las siguientes operaciones. Cuando te encuentres paréntesis y corchetes anidados, calcula desde dentro hacia fuera, como en el ejemplo.

$$\left[2-\left(3^2+1\right)\right]^2=\left[2-\left(9+1\right)\right]^2=\left(2-10\right)^2=\left(-8\right)^2=64$$

m) $2^3-\sqrt{64}\cdot\left(3^3-3^2\right)$

n) $\left(\sqrt{3\cdot2}\right)^2+\left[5-\sqrt{2-1}\right]$

o) $\sqrt{3^6}:3^2+3$

p) $\left(-1\right)^4\cdot\left(-3\right)^2\cdot\left(-7\right)^0\cdot\left(-1\right)^1$

e) $\left[\left(-2+5\right)\cdot\left(-1\right)\right]^2+\sqrt{\left(13-5\right):2}\cdot\left(5-6\right)$

f) $5^3-\sqrt{100-6^2}+\left(-5\right)\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2$

g) $\left[\left(\sqrt{16}-\sqrt{25}\right)^2\right]^3-1$

h) $3\cdot\left(-\sqrt{36}\right)+\left(-1\right)\cdot\left(2-3\right)^3-5^2\cdot\sqrt{2^2-3}$

<u>Comprueba tus resultados con las soluciones:</u>

1.

a) $2^3-\sqrt{64}\cdot\left(3^3-3^2\right)=8-8\cdot\left(27-9\right)=8-8\cdot18=8-144=-136$

b) $\left(\sqrt{3\cdot2}\right)^2+\left(5-\sqrt{2-1}\right)=3\cdot2+\left(5-\sqrt{1}\right)=6+\left(5-1\right)=6+4=10$

c) $\sqrt{3^6}:3^2+3=3^3:3^2+3=3^1+3=3+3=6$

d) $\left(-1\right)^4\cdot\left(-3\right)^2\cdot\left(-7\right)^0\cdot\left(-1\right)^1=1\cdot9\cdot1\cdot\left(-1\right)=-9$

e) $\left[\left(-2+5\right)\cdot\left(-1\right)\right]^2+\sqrt{\left(13-5\right):2}\cdot\left(5-6\right)=\left(3\cdot1\right)^2+\sqrt{8:2}\cdot\left(-1\right)=3^2+\sqrt{4}\cdot\left(-1\right)=9+2\cdot\left(-1\right)=9-2=7$

f) $5^3-\sqrt{100-6^2}+\left(-5\right)\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2=125-\sqrt{100-36}+\left(-5\right)\cdot5=125-\sqrt{64}-25=125-8-25=92$

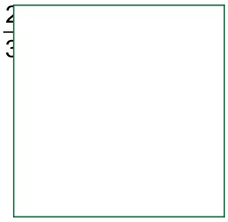
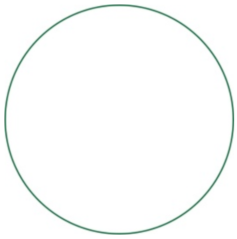
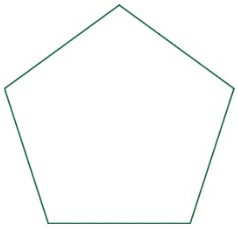
g) $\left[\left(\sqrt{16}-\sqrt{25}\right)^2\right]^3-1=\left[\left(4-5\right)^2\right]^3-1=\left[\left(-1\right)^2\right]^3-1=1^3-1=1-1=0$

h) $3\cdot\left(-\sqrt{36}\right)+\left(-1\right)\cdot\left(2-3\right)^3-5^2\cdot\sqrt{2^2-3}=3\cdot\left(-6\right)+\left(-1\right)\cdot\left(-1\right)^3-25\cdot\sqrt{4-3}=-18+\left(-1\right)\cdot\left(-1\right)-25\cdot\sqrt{1}=-18+1-25=-42$

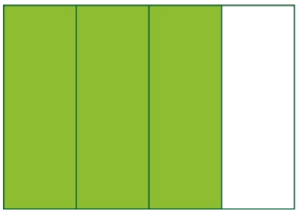
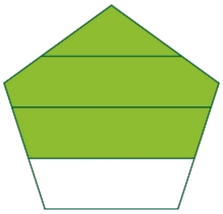
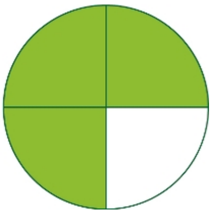
Concepto de fracción

1. Colorea en cada figura la fracción que se indica. Hazlo en dos pasos:

- Divide la figura en tantas partes iguales como indica el denominador.
- Colorea tantas partes como indica el numerador.

q) $\frac{2}{3}$  **b)** $\frac{5}{8}$  **c)** $\frac{3}{5}$ 

2. ¿Cuál de los siguientes dibujos no representa la fracción $\frac{3}{4}$? Justifica tu respuesta.

3. De la caja que se muestra en el dibujo, escribe la fracción que sobra cuando nos

a) 1 botella
b) 3 botellas
c) 5 botellas
d) 10 botellas

4. Expresa las siguientes cantidades como una fracción del total que se indica:

a) 1 CENT en un total de 1€
b) 39 minutos en un total de 1h
c) 40 cm en un total de un 1m
d) 240 g en un total de 1kg

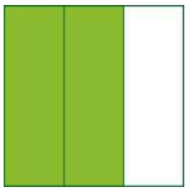
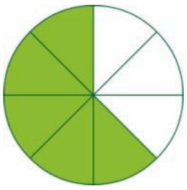
5. La manecilla de los minutos de un reloj gira desde las 7:45 a.m. hasta las 8:25 a.m. ¿Qué fracción de vuelta ha girado? Explica tu razonamiento.

6. Calcula mentalmente las siguientes cantidades:

a) $\frac{1}{3}$ de 15 € **c)** $\frac{4}{5}$ de 25 chicles **e)** $\frac{1}{10}$ de 50 Gb

b) $\frac{1}{6}$ de 30 alumnos **d)** $\frac{1}{8}$ de 32 DVDs **f)** $\frac{2}{3}$ de 120 g

<u>Comprueba tus resultados con las soluciones:</u>

1. **a)**  **b)**  **c)** 

2. El pentágono, porque las partes en las que está divido no son iguales.

3. **a)** $\frac{11}{12}$ **b)** $\frac{9}{12}$ **c)** $\frac{7}{12}$ **d)** $\frac{2}{12}$

4. **a)** $\frac{1}{100}$ **b)** $\frac{39}{60}$ **c)** $\frac{40}{100}$ **d)** $\frac{240}{1000}$

5. Cinco minutos corresponden a $\frac{1}{12}$ de vuelta, por tanto la manecilla ha recorrido $\frac{8}{12}$.

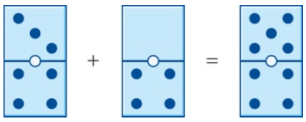
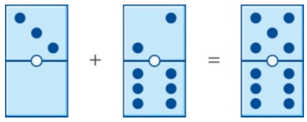
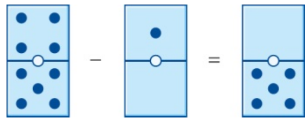
6. Calcula mentalmente las siguientes cantidades:

a) 5 € **c)** 20 chicles **e)** 5 Gb

b) 5 alumnos **d)** 4 DVDs **f)** 80 g

Operaciones con fracciones

1. Las siguientes fichas de dominó representan sumas y restas de fracciones. Añade a las fichas que están en blanco los puntos necesarios para que se cumplan las igualdades.

a)  **b)**  **c)** 

2. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{5}{2}$ **b)** $\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{2}{3}-\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\right)$ **d)** $\frac{2}{3}+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)$

3. Realiza las siguientes operaciones

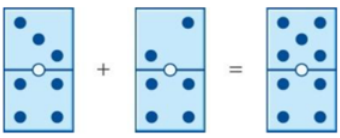
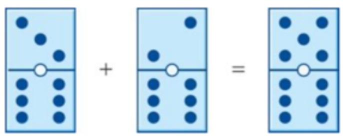
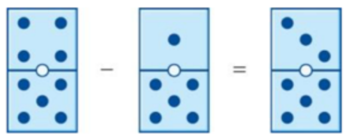
a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{7}$ **b)** $\frac{5}{3}\cdot 3\cdot\frac{2}{15}\cdot\frac{6}{8}$ **c)** $\frac{4}{9}:\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{1}{4}:\frac{3}{4}$

4. Calcula y simplifica los resultados de las siguientes operaciones combinadas:

a) $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{8}-1\right)+\frac{9}{20}$ **c)** $\frac{2}{3}\cdot 3\cdot\left(\frac{5}{4}:\frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:\left(\frac{5}{8}-\frac{4}{5}\right)$ **d)** $\frac{1}{4}:\frac{3}{4}-\frac{3}{13}\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right)$

<u>**Comprueba tus resultados con las soluciones:**</u>

1. a)  **b)**  **c)** 

2. a) $-\frac{19}{12}$ **b)** $\frac{13}{30}$ **c)** $-\frac{2}{3}$ **d)** 1

3. a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{7}=\frac{60}{84}=\frac{5}{7}$ $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{7}=\frac{2\cdot5\cdot6}{3\cdot4\cdot7}=\frac{2\cdot5\cdot2\cdot3}{3\cdot2\cdot2\cdot7}=\frac{5}{7}$

b) $\frac{5}{3}\cdot3\cdot\frac{2}{15}\cdot\frac{6}{8}=\frac{5\cdot3\cdot2\cdot6}{3\cdot1\cdot15\cdot8}=\frac{180}{360}=\frac{1}{2}$ $\frac{5}{3}\cdot3\cdot\frac{2}{15}\cdot\frac{6}{8}=\frac{5\cdot3\cdot2\cdot6}{3\cdot1\cdot15\cdot8}=\frac{5\cdot3\cdot2\cdot2\cdot3}{3\cdot1\cdot3\cdot5\cdot2\cdot2\cdot2}=\frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4\cdot3}{9\cdot2}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$ $\frac{4}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4\cdot3}{9\cdot2}=\frac{2\cdot2\cdot3}{3\cdot3\cdot2}=\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{4}\div\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{1\cdot4}{4\cdot3}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}\div\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{1\cdot4}{4\cdot3}=\frac{1}{3}$

4.

a) $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{8}-1\right)+\frac{9}{20}=\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{8}-\frac{8}{8}\right)+\frac{9}{20}=\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)+\frac{9}{20}=\frac{-\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot 8}+\frac{9}{20}=\frac{-1}{8}+\frac{9}{20}=\frac{-5}{40}+\frac{18}{40}=\frac{13}{40}$

b) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:\left(\frac{5}{8}-\frac{4}{5}\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:\left(\frac{25}{40}-\frac{32}{40}\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:\left(-\frac{7}{40}\right)=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{-40}{7}=\frac{3}{4}-\frac{\cancel{4}\cdot 10}{\cancel{4}\cdot 7}=\frac{21}{28}-\frac{40}{28}=\frac{-19}{28}$

c) $\frac{2}{3}\cdot 3\cdot\left(\frac{5}{4}\div\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}\cdot 3\cdot\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{3}{1}\right)=\frac{2}{3}\cdot 3\cdot\left(\frac{5\cdot 3}{4}\right)=\frac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 3}{3\cdot 4}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 5\cdot 3}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 2}=\frac{15}{2}$

d) $\frac{1}{4}\div\frac{3}{4}-\frac{3}{13}\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}-\frac{3}{13}\cdot\left(\frac{3}{15}+\frac{10}{15}\right)=\frac{1\cdot\cancel{4}}{\cancel{4}\cdot 3}-\frac{3}{13}\cdot\frac{13}{15}=\frac{1}{3}-\frac{3\cdot 13}{13\cdot 15}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}$

Problemas con fracciones

1. **Juan es profesor de matemáticas. Trabaja 5 horas en el colegio y 2 en su casa.**
   - **a)** ¿Qué fracción del día pasa trabajando en el colegio?
   - **b)** ¿Qué fracción del día pasa trabajando en su casa?
   - **c)** ¿Qué fracción del día pasa trabajando?
   - **d)** ¿Qué fracción del día le queda libre?

Para resolver problemas de fracciones es muy útil usar diagramas en los que puedes ir indicando la fracción que corresponde a cada parte. Fíjate en este:

2. **Ana pesa $\frac{4}{3}$ del peso de Blanca, y Blanca, $\frac{7}{9}$ del de Carmen. ¿Cuál de las tres pesa más?**

<u>Comprueba tus resultados con las soluciones:</u>

1. **a)** En el colegio: $\frac{5}{24}$ **b)** En casa: $\frac{2}{24}$ **c)** Trabaja: $\frac{7}{24}$ **d)** Libre: $\frac{17}{24}$

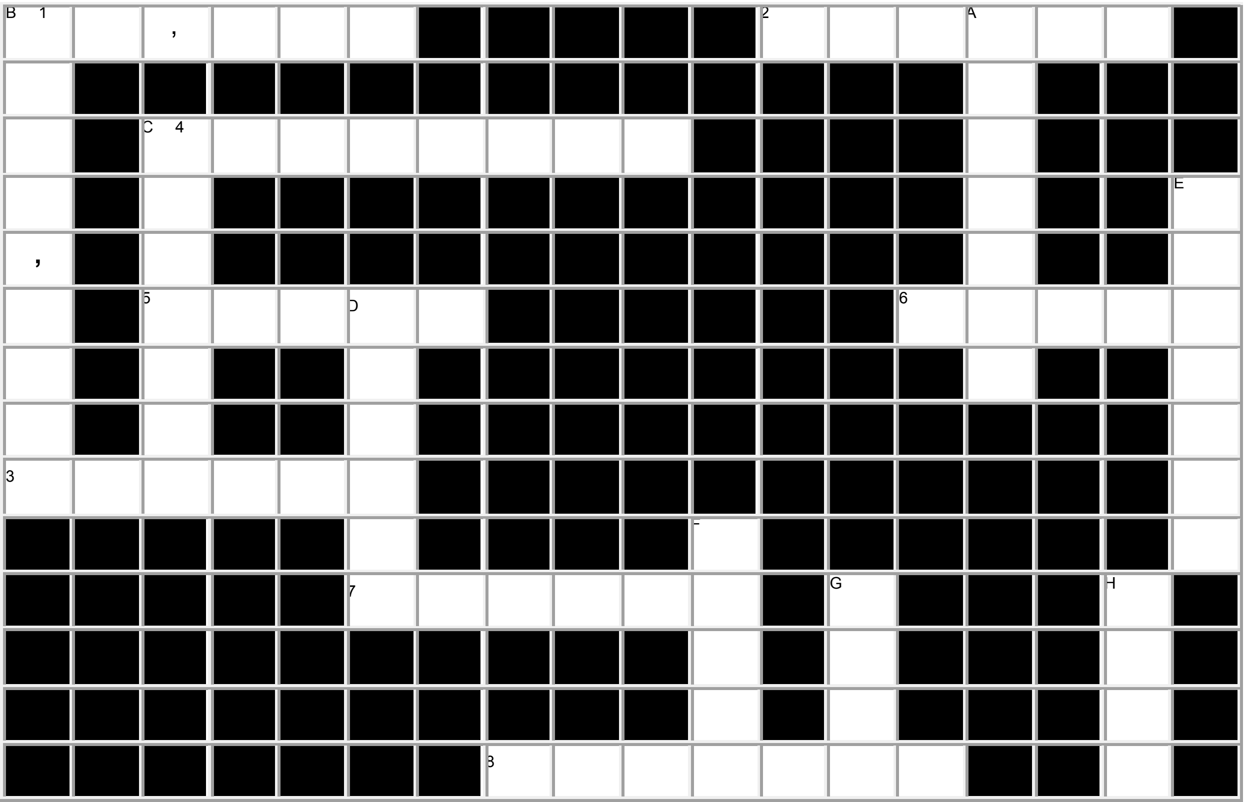
2.

La que más pesa es Ana, luego Carmen y luego Blanca.

Unidad 5 Números decimales

Multiplicación y división de números decimales

1. Completa el siguiente crucigrama con los resultados de las operaciones con números decimales que aparecen debajo (la coma de cada número, tanto horizontal como vertical, ocupa una casilla dentro del crucigrama).



Horizontales

1. 1,23 + 4,253 + 12,37
2. 14,27 · 3,2
3. 5443,54 : 2,35
4. 12,37 · (4,25 + 12,32)
5. 1,237 : 0,1
6. 3958 : 100
7. 3,25 · 1,81
8. 17,12 · 4,01 – 2,9302 : 0,7

Verticales

A. (12,32 + 43,57 – 2,54) · 11,64

B. 1234,2562 + 3,231 – 42,75 + 623,629

C. (2137,32 + 42,15) – (53,23 – 4,87)

D. 3,7845 · 1000
E. 59 836,1 · 0,01
F. 43,2 + 12,59 – 10,05
G. 0,3 · (7,8 – 4,3)
H. (7,2 + 4,8) · 1,2

2. **Daniela ha comprado 2,5 kg de naranjas a un precio de 1,75 € el kg, 1,5 kg de manzanas a 1,6 € el kg y 1,5 kg de plátanos a 1,25 € el kg. Si juntamos toda la fruta en la misma bolsa, ¿cuál es su peso? ¿Cuánto ha pagado Daniela por toda la fruta?**

Comprueba tus resultados con las soluciones:

1.

1	7	,	8	5	3						4	5	,	6	6	4	
8														2			
1		2	0	4	,	9	7	0	9					0			
8		1												,			5
,		3												9			9
3		1	2	,	3	7							3	9	,	5	8
6		,			7									4			,
6		1			8												3
2	3	1	6	,	4												6
					,					4							1
					5	,	8	8	2	5		1				1	
										,		,				4	
										7		0				,	
							6	4	,	4	6	5	2			4	

2. 5,5 kg pesa la bolsa de fruta.
8,65 € ha pagado Daniela por toda la fruta.

Fracciones y decimales

2. Calcula los números decimales correspondientes a las siguientes fracciones. Indica si se trata de un número decimal exacto o periódico y, en este caso, su período y su anteperíodo si procede.

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{22}{9}$

c) $\frac{161}{30}$

d) $\frac{41}{3}$

3. Une mediante flechas cada número decimal con su correspondiente período y con el tipo de número decimal del que se trata.

Número decimal	Período	Tipo de decimal
2,77777…	No tiene	Periódico mixto
1024,568	37	Exacto
0,736666…	7	Periódico puro
7,5	65	Exacto
12,4656565…	No tiene	Periódico puro
356,373737…	6	Periódico mixto

4. Completa cada una de las frases con palabras que deberás buscar en la siguiente sopa de letras.

D	R	P	R	D	A	R	M	P
E	J	E	X	A	C	T	O	S
C	F	R	A	C	C	I	O	U
E	M	I	X	T	O	S	G	M
N	O	O	I	C	R	E	T	A
A	E	D	E	C	I	M	A	L
F	P	O	D	P	U	R	O	S
M	I	L	E	S	I	M	A	R

- Aquellos números decimales que tienen una parte decimal que no se repite y otra que se repite indefinidamente reciben el nombre de números decimales periódicos …………
- Llamaremos ………… a la parte decimal que se repite indefinidamente.
- Los números decimales …………… tienen un número limitado de cifras decimales.
- En los números periódicos …………. la parte decimal consiste en un número que se repite indefinidamente.

Comprueba tus resultados con las soluciones:

2.

a) $\frac{5}{4} = 1{,}25$ Decimal exacto

b) $\frac{22}{9} = 2{,}\widehat{4}$ Decimal periódico puro (período=4)

c) $\frac{161}{30} = 5{,}3\widehat{6}$ Decimal periódico mixto (período=6, anteperíodo=3)

d) $\frac{41}{3} = 13{,}\widehat{6}$ Decimal periódico puro (período=6)

3.

2,77777…→ 7 → Periódico puro
1024,568→ No tiene → Exacto
0,736666…→ 6 → Periódico mixto
7,5→ No tiene → Exacto
12,4656565…→ 65 → Periódico mixto
356,373737…→ 37 → Periódico puro

4.

- Aquellos números decimales que tienen una parte decimal que no se repite y otra que se repite indefinidamente reciben el nombre de números decimales periódicos mixtos**.**
- Llamaremos período a la parte decimal que se repite indefinidamente.
- Los números decimales exactos tienen un número limitado de cifras decimales.
- En los números periódicos puros la parte decimal consiste en un número que se repite indefinidamente.

D	R	P	R	D	A	R	M	P
E	J	E	X	A	C	T	O	S
C	F	R	A	C	C	I	O	U
E	M	I	X	T	O	S	G	M
N	O	O	I	C	R	E	T	A
A	E	D	E	C	I	M	A	L
F	P	O	D	P	U	R	O	S
M	I	L	E	S	I	M	A	R

Ordenación y aproximación de decimales

1. **Descompón los siguientes números decimales en sus órdenes de unidades.**

   a) 12,564 **c)** 172,001 **e)** 198,98

   b) 1003,456 **d)** 0,004 **f)** 295,5

2. **Obtén la clasificación final del Campeonato del Mundo de salto de longitud si los ocho finalistas han realizado las marcas que aparecen a continuación.**

Finalista	Marca
A	8,230
B	8,127
C	7,906
D	8,796
E	8,820
F	8,791
G	7,958
H	8,123

3. **Encuentra 3 números decimales comprendidos entre las siguientes parejas de números.**

   a) 0,07 y 0,08 **b)** 7,599 y 7,6

4. **Calcula los números que son una décima y dos centésimas más pequeños que los siguientes.**

   a) 8,21 **c)** 13,11

   b) 0,723 **d)** 5,047

5. **Aproxima los siguientes números a las décimas por truncamiento y por redondeo.**

   a) 0,167 **c)** 2D + 3U + 7d + 2c

   b) 7U + 9d + 4c **d)** 27,98

6. **Aproxima por truncamiento y redondeo el número 0,9946 a las unidades, a las décimas, a las centésimas y a las milésimas.**

7. **Seis alumnos de 1.º ESO han obtenido las siguientes calificaciones en un examen de Matemáticas:**

4,5	4,95	4,75	4,6	4,97	4,85

   Su profesor les propone cuatro maneras diferentes de poner las notas de este examen:

   a) Truncar a las décimas.

   b) Redondear a las décimas.

   c) Truncar a las unidades.

   d) Redondear a las unidades.

¿Cuántos alumnos aprueban el examen en cada caso? ¿Cuál consideras que es la manera de poner las notas que más interesa a los alumnos?

Comprueba tus resultados con las soluciones:

1. **a)** 12,564 = 1 D + 2 U + 5 d + 6 c + 4 m
b) 1003,456 = 1 UM + 3 U + 4 d + 5 c + 6 m
c) 172,001 = 1 C + 7 D + 2 U + 1 m
d) 0,004 = 4 m
e) 198,98 = 1 C + 9 D + 8 U + 9d + 8 c
f) 295,5 = 2 C + 9 D + 5 U + 5 d

2. E > D > F > A > B > H > G > C

3. Respuesta modelo:
a) 0,071, 0,075 y 0,079
b) 7,5992, 7,5994 y 7,5998

4.
a) 8,09
b) 0,603
c) 12,99
d) 4,927

5. T = truncamiento, R = redondeo
a) T = 0,1 R = 0,2
b) T = 7,9 R = 7,9
c) T = 23,7 R = 23,7
d) T = 27,9 R = 28

6.
Unidades: T = 0 R = 1
Décimas: T = 0,9 R =1
Centésimas: T = 0,99 R = 0,99
Milésimas: T = 0,994 R = 0,995

7.
a) 4,5 4,9 4,7 4,6 4,9 4,8 (Ningún aprobado)
b) 4,5 5 4,8 4,6 5 4,9 (Dos aprobados)
c) 4 4 4 4 4 4 (Ningún aprobado)
d) 5 5 5 5 5 5 (Todos aprobados)
Les interesa que el profesor redondee las notas del examen a las unidades.

Unidad 7 Ecuaciones

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

1. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución $x = -1$.

a) $2 + 3x = -1$

b) $x - 3 = 2(x - 1)$

c) $4(x + 1) - 6 = 2(x + 3)$

d) $\frac{2x+6}{4} = \frac{7-x}{8}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x + 8 = 18$

b) $7x = 5$

c) $6x - 2 = 30 - 4x$

d) $\frac{5x}{4} - 3 = 7$

3. Relaciona cada enunciado con su correspondiente ecuación y con su solución.

Enunciado	Ecuación	Solución
El triple de un número es 21.	$2x + \frac{x}{3} = 7$	$x = 9$
Un número más su consecutivo suman 19.	$x - 5 = 15$	$x = 20$
Un múltiplo de 5 más 4 suman 24.	$5x + 4 = 24$	$x = 4$
Hace 5 años, Alberto tenía 15 años.	$5 - \frac{x}{10} = 4$	$x = 8$
La cuarta parte de un número más 1 suma 3.	$\frac{x}{4} + 1 = 3$	$x = 2$
El doble de la suma de un número más 3 es 10.	$x + x + 1 = 19$	$x = 3$
Si a 5 le resto la décima parte de un número obtengo 4.	$3x = 21$	$x = 10$
El doble de un número más su tercera parte es 7.	$2(x + 3) = 10$	$x = 7$

Comprueba tus resultados con las soluciones:

Ficha *Ecuaciones de primer grado con una incógnita*

1. **a)** Sí **c)** No

b) Sí **d)** Sí

3.

Enunciado	**Ecuación**	**Solución**
El triple de un número es 21.	$3x = 21$	$x = 7$
Un número más su consecutivo suman 19.	$x + x + 1 = 19$	$x = 9$
Un múltiplo de 5 más 4 suman 24.	$5x + 4 = 24$	$x = 4$
Hace 5 años, Alberto tenía 15 años.	$x - 5 = 15$	$x = 20$
La cuarta parte de un número más 1 suma 3.	$\frac{x}{4} + 1 = 3$	$x = 8$
El doble de la suma de un número más 3 es 10.	$2(x + 3) = 10$	$x = 2$
Si a 5 le resto la décima parte de un número obtengo 4.	$5 - \frac{x}{10} = 4$	$x = 10$
El doble de un número más su tercera parte es 7.	$2x + \frac{x}{3} = 7$	$x = 3$