



I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020**

**UNIDAD 1:
CONJUNTOS NUMÉRICOS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

FRACCIONES. NÚMEROS RACIONALES

1. Comprueba si las siguientes parejas de fracciones son equivalentes:

a) $\frac{7}{15}$ y $\frac{14}{30}$

b) $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$

c) $\frac{1}{10}$ y $\frac{2}{20}$

d) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{15}$

2. Simplifica las siguientes fracciones convirtiéndolas en irreducibles:

a) $\frac{12}{20} =$

b) $\frac{9}{27} =$

c) $\frac{25}{50} =$

d) $\frac{33}{39} =$

3. Reduce a común denominador las siguientes fracciones por el método del mínimo común múltiplo:

a) $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{4}$

b) $\frac{4}{6}$ y $\frac{5}{10}$

c) $\frac{1}{5}$; $\frac{9}{10}$ y $\frac{8}{12}$

d) $\frac{4}{21}$; $\frac{20}{12}$ y $\frac{4}{10}$

4. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{9}$ y $\frac{7}{5}$

b) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{3}$

c) 7 ; $\frac{5}{3}$ y $\frac{1}{7}$

d) $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{9}$ y $\frac{5}{7}$

5. Calcula:

a) $\frac{1}{2}$ de 50 =

b) $\frac{3}{8}$ de 32 =

c) $\frac{2}{3}$ de 15 =

d) $\frac{5}{9}$ de 27 =

SUMAS Y RESTAS CON FRACCIONES

1. Realiza las siguientes sumas y simplifica los resultados hasta la fracción irreducible.

a) $\frac{1}{9} + \frac{2}{9} =$

b) $\frac{5}{20} + \frac{9}{20} =$

c) $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} =$

d) $\frac{8}{5} + \frac{6}{5} =$

2. Realiza las siguientes restas y simplifica los resultados hasta la fracción irreducible.

a) $\frac{14}{15} - \frac{6}{15} =$

b) $\frac{18}{21} - \frac{4}{21} =$

c) $\frac{6}{9} - \frac{3}{9} =$

d) $\frac{18}{21} - \frac{4}{21} =$

e) $\frac{8}{7} - \frac{1}{7} =$

3. Calcula las siguientes sumas y restas reduciendo primero a común denominador y simplificando el resultado hasta la fracción irreducible.

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$

c) $\frac{5}{3} - \frac{1}{6} =$

d) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} =$

4. Efectúa las siguientes operaciones.

a) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + 2 =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{6} =$

c) $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

d) $3 + \frac{6}{2} + \frac{9}{3} =$

e) $\frac{8}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} =$

f) $\frac{5}{2} - \frac{3}{4} + \frac{7}{6} =$

g) $\frac{7}{3} - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} =$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

1. Efectúa los siguientes productos de fracciones, simplificando el resultado.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} =$

b) $\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5} =$

c) $\frac{5}{7} \cdot 4 =$

d) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9} =$

e) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{18} =$

f) $3 \cdot \frac{2}{5} =$

2. Efectúa las siguientes divisiones fracciones, simplificando el resultado.

a) $\frac{1}{8} : \frac{2}{7} =$

b) $\frac{3}{4} : \frac{6}{4} =$

c) $\frac{5}{2} : 2 =$

d) $1 : \frac{3}{11} =$

e) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} =$

f) $\frac{3}{4} : \frac{1}{5} =$

3. Calcula la inversa de las siguientes fracciones y comprueba que el producto de ambas es 1.

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{5}$

c) 7

d) $\frac{11}{5}$

4. Calcula:

a) Las tres cuartas partes de 100

b) Las seis quintas partes de 15

c) Las cinco novenas partes de 18

d) La sexta parte de 24

5. En una clase de 24 alumnos, las dos terceras partes son chicas y, de ellas, la mitad tienen ojos azules. ¿Cuántas chicas de ojos azules hay en la clase?



OPERACIONES COMBINADAS CON FRACCIONES

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas, simplificando el resultado.

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) =$

c) $\frac{3}{2} \cdot \frac{12}{5} - \frac{1}{4} =$

d) $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{12}{3} - \frac{1}{4}\right) =$

2. Escribe y efectúa las operaciones indicadas a continuación, simplificando el resultado.

a) Halla los tres cuartos de dos quintos y súmale tres séptimos.

b) Halla los tres cuartos de la suma de dos quintos más tres séptimos.

c) Resta un medio al cociente de dos tercios y tres quintos.

d) Multiplica cuatro onceavos a la resta entre un medio y cinco tercios.

3. Efectúa las siguientes operaciones combinadas.

a) $2 - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\right) =$

b) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) =$

c)

d) $\frac{1}{7} : \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9} - \frac{5}{6}\right) =$

e) $3 + \frac{2 \cdot 3}{5} - 6 : \frac{2}{3} =$

EXPRESIÓN DECIMAL. FRACCIÓN GENERATRIZ.

1. Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifícalas.

a) $\frac{119}{90} =$

b) $\frac{3}{2} =$

c) $\frac{16}{9} =$

d) $\frac{25}{12} =$

e) $\frac{1}{5} =$

f) $\frac{679}{550} =$

2. Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones y di cuál es el periodo y el anteperiodo.

a) $\frac{21}{90} =$

b) $\frac{1111}{9900} =$

c) $\frac{123}{999} =$

d) $\frac{56}{495} =$

e) $\frac{25}{12} =$

f) $\frac{3}{11} =$

3. Clasifica los siguientes números decimales y calcula su fracción generatriz.

a) $3,21 =$

i) $8,\overline{123} =$

b) $6,7 =$

j) $6,\overline{21} =$

c) $12,42 =$

k) $1,\overline{317} =$

d) $0,15 =$

l)

e) $0,044 =$

m) $8,07\overline{458} =$

f) $7,011 =$

n) $3,2\overline{13} =$

g) $7,\overline{14} =$

ñ) $8,13\overline{12} =$

h) $3,\overline{4} =$

o) $32,55\overline{23} =$

APROXIMACIONES Y ERRORES

1. Redondea los siguientes números al número de decimales que se indica.

	Ninguno	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Cinco
6,222983						
0,123333						
7,947256						
3,362851						
2,497264						
5,311334						

2. Calcula el error absoluto cometido al redondear a dos cifras decimales cada uno de los siguientes números.

VALOR EXACTO	VALOR APROXIMADO	ERROR ABSOLUTO
6,222		
0,123		
7,497		
3,36285		
2,4972		

3. Calcula el error relativo cometido al redondear a dos cifras decimales cada uno de los siguientes números.

VALOR EXACTO	VALOR APROXIMADO	ERROR RELATIVO	ERROR RELATIVO (%)
3,678			
1,722			
23,192			
221,999			
0,4972			

4. Si se considera que una aproximación es buena si el error relativo es inferior al 5%, dadas las siguientes magnitudes, determina si los errores cometidos son aceptables.

VALOR EXACTO	ERROR ABSOLUTO	ERROR RELATIVO (%)	ACEPTABLE (SI/NO)
60 cm	1 cm		
16 kg	20 g		
0,5 litros	10 ml		

INTERVALOS Y SEMIRRECTAS

1. Escribe de todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas.

- a)
- b) Números mayores que -1
- c)
- d) Números mayores o iguales que -7 y menores que 19
- e) Números mayores que 9 y menores que 5

2. Completa la siguiente tabla:

	REPRES. GRÁFICA	INTERVALO	DEF. MATEMÁTICA
1		$[-1,3]$	$\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 3\}$
2			
3			
4		$[-2,1)$	
5			$\{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 5\}$
6			
7			$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
8		$(0,\infty)$	
9			
10		$(-1,5)$	
11			$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\}$
12		$[2/3,\infty)$	
13			$\{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 2\}$
14			$\{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$
15			$\{x \in \mathbb{R} / x \geq 3\}$
16			

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. ¿Qué número racional de los siguientes no es entero?

- a) 2 b) $\frac{9}{3}$ c) $\frac{-15}{5}$ d) $\frac{5}{3}$

2. Resuelve y contesta las siguientes cuestiones:

a) Los $\frac{2}{3}$ de 40 son:

b) Escribe por ampliación las tres primeras fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$

c) ¿Cuál de las siguientes fracciones es irreducible?

$$\frac{10}{2}; \frac{3}{2}; \frac{4}{4}$$

3. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\frac{3}{7} + \frac{2}{6} =$

b) $\frac{3}{7} - \frac{2}{6} =$

c) $\left(\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{2}{6}\right) =$

d) $\frac{3}{7} - \frac{2}{6} =$

4. Expresa como fracción irreducible los siguientes porcentajes:

a) 45%

b) 50%

c) 25%

d) 75%

e) 10%

f) 5%

5. Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

6. ¿Cuál de las siguientes fracciones no es equivalente a $\frac{2}{5}$? $\frac{10}{25}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{15}$

7. A las 6 de la tarde los de los 175 estudiantes de un ciber – café eran chicos y el resto chicas. ¿Cuántas chicas había en el local? ¿Y chicos?





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 2:
POTENCIAS Y RAÍCES**

NOMBRE Y APELLIDOS:

POTENCIAS DE EXPONENTE ENTERO

1. Expresa como producto y calcula las siguientes potencias:

a) $3^3 =$

b) $5^2 =$

c) $10^3 =$

d) $2^5 =$

2. Calcula las siguientes potencias:

a) $(-3)^2 =$

b) $-3^2 =$

c) $(-1)^7 =$

d) $-1^7 =$

e) $-5^3 =$

f) $(-5)^3 =$

g) $(-4)^2 =$

h) $0^3 =$

3. Calcula:

a) $2^1 =$

b) $-1000^1 =$

c) $(-12)^1 =$

d) $7^0 =$

e) $29142^0 =$

f) $-(-139)^0 =$

4. Calcula las siguientes potencias:

a) $2^{-3} =$

b) $(-3)^{-2} =$

c) $1^{-2} =$

d) $5^{-2} =$

e) $(-2)^{-3} =$

f) $-(-3)^{-3} =$

5. Expresa en forma de potencia:

a) $\frac{1}{2} =$

b) $\frac{1}{4} =$

c) $\frac{1}{16} =$

d) $\frac{1}{100} =$

e) $\frac{1}{49} =$

OPERACIONES CON POTENCIAS

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $5^2 \cdot 5 =$

b) $10^2 \cdot 10^4 =$

c) $7^0 \cdot 7^4 =$

d) $2^3 \cdot 2 =$

e) $(-3)^5 \cdot (-3)^2 =$

f) $(-6) \cdot (-6)^2 =$

2. Escribe los siguientes productos como una sola potencia:

a) $3^5 \cdot 4^5 =$

b) $(-7)^2 \cdot 3^2 =$

c) $2^3 \cdot (-4)^3 =$

d) $2^4 \cdot 5^4 =$

e) $12^3 \cdot 3^3 =$

f) $5^6 \cdot 3^6 =$

3. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $7^5 : 7^2 =$

b) $(-3)^7 : (-3)^5 =$

c) $4^4 : 4 =$

d) $5^{10} : 5^7 =$

e) $(-5)^9 : (-5)^8 =$

f) $9^7 : 9^0 =$

4. Escribe los siguientes cocientes de potencias como una sola potencia. En caso de que la división no sea exacta, exprésala en forma de fracción:

a) $4^5 : 3^5 =$

b) $(-8)^2 : 2^2 =$

c) $3^3 : 4^3 =$

d) $16^3 : 4^3 =$

e) $15^6 : 3^6 =$

f) $6^4 : 3^4 =$

5. Realiza las operaciones que se indican a continuación:

a) $(2^3)^2 =$

b) $[(-3)^4]^2 =$

c) $(12^9)^0 =$

d) $(10^2)^2 =$

e) $[(-7)^0]^{18} =$

f) $-[(-2)^3]^2 =$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

1. Escribe los números correspondientes a las siguientes potencias de 10:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $10^1 =$ | b) $10^2 =$ | c) $10^3 =$ |
| d) $10^4 =$ | e) $10^5 =$ | f) $10^6 =$ |
| g) $10^{-1} =$ | h) $10^{-2} =$ | i) $10^{-3} =$ |
| j) $10^{-4} =$ | k) $10^{-5} =$ | l) $10^{-6} =$ |

2. Escribe los siguientes números como potencias de 10:

- | | | |
|-----------------|----------------|-----------------|
| a) 10000000 = | b) 100000000 = | c) 1000000000 = |
| d) 1000000000 = | e) 0,1 = | f) 0,0001 = |
| g) 0,001 = | h) 0,01 = | i) 0,0000001 = |

3. Realiza las siguientes operaciones con potencias de 10:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| a) $10^2 \cdot 10^3 =$ | b) $10 \cdot 10^{-5} =$ | c) $10^4 \cdot 10^2 =$ |
| d) $10^{-8} \cdot 10^{10} =$ | e) $10^{10} : 10^5 =$ | f) $10^8 : 10^{-2} =$ |
| g) $10^{12} : 10^3 =$ | h) $10^{-15} : 10^5 =$ | i) $10^{100} : 10^{100} =$ |

4. Escribe en notación científica los siguientes números:

- | | | |
|----------------|---------------|-------------|
| a) 2345 = | b) 0,0012 = | c) 87900 = |
| d) 0,22 = | e) 15000000 = | f) 0,4562 = |
| g) 200000000 = | h) 0,007777 = | i) 0,002 = |

RAÍCES DE NÚMEROS REALES

1. Di cuántas raíces reales tienen los siguientes radicales y, si es posible, calcúlalas:

- a) $\sqrt{36}$
- b) $\sqrt{0}$
- c) $\sqrt{-25}$
- d) $\sqrt{1}$
- e) $\sqrt[3]{-8}$
- f) $\sqrt[3]{1}$

2. Halla radicales equivalentes a las siguientes:

- a) $\sqrt[6]{5^4} =$
- b) $\sqrt[9]{5^6} =$
- c) $\sqrt[12]{5^8} =$
- d) $\sqrt[6]{2^3} =$
- e) $\sqrt[4]{2^2} =$
- f) $\sqrt[10]{2^5} =$

3. Aplica las propiedades de los radicales y calcula:

- | | | |
|---------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} =$ | b) $\sqrt{6} : \sqrt{3} =$ | c) $(\sqrt[3]{5})^2 =$ |
| d) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} =$ | e) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} =$ | f) $\sqrt{20} : \sqrt{5} =$ |
| g) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} =$ | h) $\sqrt[3]{64} =$ | i) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{4} =$ |

OPERACIONES CON RADICALES

1. Reduce a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt[5]{2}$ y $\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{2}$ y $\sqrt[4]{3}$

c) $\sqrt{5}$ y $\sqrt[5]{2}$

d) $\sqrt[3]{6}$ y $\sqrt[6]{3}$

2. Extrae todos los factores posibles de las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{24} =$

b) $\sqrt{108} =$

c) $\sqrt{\frac{5}{4}} =$

d) $\sqrt{135}$

e) $\sqrt{54} =$

f) $\sqrt[3]{160} =$

3. Introduce dentro del radical los factores que están fuera:

a) $3^2\sqrt{5} =$

b) $2^3\sqrt[3]{5} =$

c) $3^2\sqrt[4]{10} =$

d) $2^3\sqrt[5]{15} =$

4. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $3 \cdot \sqrt{32} - 2 \cdot \sqrt{50} + \sqrt{72} =$

b) $2\sqrt{200} - 3\sqrt{18} - 4\sqrt{98} =$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[5]{2} =$

d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{5} =$

e) $\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{4} =$

f) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{8} =$

POTENCIAS DE EXPONENTE FRACCIONARIO

1. Escribe como potencias de exponente fraccionario las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{2^2} =$

b) $\sqrt{3^5} =$

c) $\sqrt[4]{5^3} =$

d) $\sqrt[5]{8^4} =$

2. Escribe como potencias de exponente fraccionario las siguientes raíces, después simplifica los exponentes y reescribe la raíz:

a) $\sqrt[4]{2^{12}} =$

b) $\sqrt[10]{7^{15}} =$

c) $\sqrt{3^4} =$

d) $\sqrt[4]{5^2} =$

3. Simplifica las siguientes raíces factorizando previamente el radicando:

a) $\sqrt[6]{8} =$

b) $\sqrt[4]{4} =$

c) $\sqrt[10]{32} =$

d) $\sqrt[12]{27} =$

e) $\sqrt[3]{64} =$

f) $\sqrt[4]{16} =$

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $3^5 \cdot 3^4 =$

b) $2^9 : 2^3 =$

c) $(5^2)^3 =$

2. Decide si son iguales (=) o distintos (\neq)

a) 5^3 y 15

b) $(-6)^5$ y -6^5

c) $(3^5)^2$ y 3^{10}

d) $(7 - 5)^4$ y 16

3. Extrae todos los factores posibles de:

a) $\sqrt{2592}$

b) $\sqrt[3]{8640} =$

c) $\sqrt{81 a^5 b c^6} =$

d) $\sqrt[3]{32 a^8 b^2 c^{12}} =$

4. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $3\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + \sqrt{72} =$

b) $2\sqrt{75} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{12} =$

5. Escribe las siguientes potencias en forma de radical y calcula el resultado:

a) $25^{\frac{1}{2}} =$

b) $125^{-\frac{1}{3}} =$

c) $16^{\frac{3}{4}} =$

d) $32^{-\frac{2}{5}} =$

PROBLEMAS

1. Una finca tiene forma cuadrada cuyo lado mide 14,75 m. Calcula el precio de venta sabiendo que el metro cuadrado vale 23€

2. Calcula el número de bytes que caben en un disco duro de 200 Gb, sabiendo que:

$$1kb = 2^{10} \text{ bytes}$$

$$1 Mb = 2^{10} kb$$

$$1 Gb = 2^{10} Mb$$

3. La masa de la Tierra es de $5,98 \cdot 10^{24} kg$ y la masa de Neptuno es 17 veces la de la Tierra. Calcula la masa de Neptuno.



4. Aisha tiene una caja en forma de cubo llena de canicas. Tiene 5 canicas de largo, otras 5 de ancho y otras 5 de alto. Escribe en forma de potencia el número total de canicas y calcula cuanto le darían por todas las canicas si las venciera a 0,15€ la unidad.



5. Tenemos 12 cajas de cocos y cada caja tiene 12 cocos. Escribe en forma de potencia el número total de cocos y halla el precio total sabiendo que cada uno cuesta 1,50€



6. El patio de butacas de un teatro tiene igual número de filas que de columnas, y se venden todas las entradas para una sesión, obteniéndose 3375€. Si cada entrada cuesta 15€, ¿cuántas filas tiene el teatro?





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 3:
POLINOMIOS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. VALOR NUMÉRICO

1. Escribe las expresiones algebraicas que reflejen matemáticamente las siguientes relaciones:

- La diferencia entre el cuadrado de un número y otro número
- La suma del triple de un número y el doble de otro.
- El doble del cuadrado de un número multiplicado por otro
- El cuadrado del doble de un número multiplicado por otro.

2. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores de las incógnitas que se indican:

- $6x^2y^3$ para $x = 2$ e $y = 1$
- $\frac{x+y}{2}$ para $x = 3$ e $y = -1$
- $\frac{6x-2y}{3z}$ para $x = -2$; $y = 1$ y $z = 3$
- $(x+y)^2z$ para $x = -3$; $y = 4$ y $z = 4$
- $6x^3$ para $x = -2$
- $\frac{1}{3}y^2$ para $y = 2$
- $-4t^4$ para $t = 3$
- $-\frac{3}{5}z^5$ para $z = \frac{1}{3}$
- $\frac{1}{10}b$ para $b = 10$

MONOMIOS

1. Escribe los monomios que tengan las siguientes características:

- Coficiente 3, indeterminada x y grado 2:
- Coficiente -5, indeterminada y y grado 7:
- Coficiente $\frac{1}{4}$, indeterminada z y grado 3:
- Coficiente $-\frac{2}{3}$, indeterminada t y grado 4:
- Coficiente $\frac{3}{4}$, indeterminada b y grado 1:

2. Completa la siguiente tabla:

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$2x$			
$-5xy^2$			
$\frac{1}{4}$			
$-\frac{2}{3}xy^2z^3$			

OPERACIONES CON MONOMIOS

1. Realiza, si es posible, las siguientes operaciones:

a) $2x^2 - 5x^2 =$

b) $x^5 + x^4 =$

c) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x =$

d) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x =$

e) $6x^5 + 9x^5 =$

f) $6t^3 - \frac{1}{2}t^3 =$

g) $\frac{3}{2}a^5 + \frac{2}{3}a^5 =$

2. Agrupa los términos que sea posible en las siguientes expresiones:

a) $2x^3 + 3t^3 + 4x^3 - t^3 =$

b) $a^3 - 4b^3 + 7a^3 + 4a^3 + 10b^3 =$

c) $x^3 + 2x^3 - z^4 + y^2 + 7z^4 =$

d) $y^4 - \frac{4}{5}y^4 - 6t - 3y^4 + 12t =$

e) $6m^2 - p^3 + 3n + 9p^3 - 6m^2 =$

f) $a^2 + b^2 + c^2 + 3a^2 =$

g) $16x^2 + 8y^2 - 10x^2 - 6y^2 - 6x^2 =$

3. Efectúa los siguientes productos:

a) $6x^5 \cdot 2x^3 =$

b) $2x^3 \cdot (-7x^4) =$

c) $5x^5 \cdot x =$

d) $\frac{3}{7}x^4 \cdot \frac{7}{3}x^2 =$

e) $6x \cdot x^7 =$

4. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $6x^5 : 2x^3 =$

b) $2x^3 : (-7x^4) =$

c) $3x^5 : x =$

d) $\frac{3}{7}m^4 : \frac{7}{3}m^2 =$

e) $6x^{12} : x^7 =$

f) $9a^3 : 3a^3 =$

5. Realiza las operaciones que se indican a continuación:

a) $6x^5 \cdot 3x + x^3 =$

b) $4x \cdot (5x^5 - x^5) =$

c) $(4t + 6t) \cdot (2t^2 - 5t^2) =$

d) $7a \cdot 2a^3 + 3a^4 =$

e) $14a^3 : 2a + 3a^2 =$

f) $6a^2 : a + 8a^4 : 2a^3 =$

POLINOMIOS

1. Dados los siguientes polinomios, escribe los polinomios reducidos correspondientes:

a) $9x + 11x^2 - 7x + 11 =$

b) $5 + 3x - 12x + 8x^2 =$

c) $7x + 8x + 9 - 6x - 9 =$

d) $3x - 5x + 4x^2 - 7 + 15x^3 - x^2 =$

2. Ordena los siguientes polinomios agrupando previamente los términos semejantes:

a) $2x^2 - 3 + 3x^3 - x^2 =$

b) $4 - 2x^3 + x^4 + 3x^3 - x + x^2 =$

c) $x^5 - 2 + 2x^3 + 8 + 6x =$

d) $x - 4 + 6x - 2 + 3x^2 =$

3. Ordena los siguientes polinomios e indica su grado, coeficiente principal y término independiente:

a) $x - 4 + 7x^3 + 2x^2 =$

b) $7x^2 - 2x^4 + 3 =$

c) $-x + 6x^2 =$

d) $5x^3 + 2x^2 - 3x^4 + x^5 + 9x - 11 =$

4. Completa la siguiente tabla:

POLINOMIO	¿ES REDUCIDO?	¿ES COMPLETO?	GRADO
$6x^7 - 3x + 11$			
$4m^4 - 3m^4 - \frac{1}{2}$			
$5y^5 - 11y^4 - \frac{10}{2}y^5 + 0,6$			

5. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para el valor de la incógnita que se indica:

a) $6x^3 + 2x^2 - 3x + 2$ para $x = 3$

b) $10x^2 - 6x + 9$ para $x = -3$

c) $-x^3 + x^2 - x + 1$ para $x = -1$

OPERACIONES CON POLINOMIOS

1. Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 + 3x - 1$$

$$Q(x) = -x + 4$$

$$R(x) = x^3 + \frac{1}{2}$$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) + R(x)$

c) $Q(x) + R(x)$

d) $Q(x) + P(x)$

2. Dados los polinomios:

$$P(x) = x^2 - x + 7$$

$$Q(x) = 2x^3 + x - 3$$

Calcula:

a) $P(x) - Q(x)$

b) $Q(x) - P(x)$

3. Dados los siguientes polinomios:

$$A(x) = 2x^2 - 3$$

$$B(x) = x - 1$$

$$C(x) = 1 - x^2 + 2x$$

Calcula:

a) $A(x) \cdot B(x) =$

b) $A(x) \cdot C(x)$

c) $B(x) \cdot C(x)$

4. Calcula el producto de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 7x^2 - 3x + 2$

$$Q(x) = x + 3$$

b) $P(x) = x^2 - x + 6$

$$Q(x) = 2x^2 - 2x + 3$$

IDENTIDADES NOTABLES

1. Calcula:

a) $(3x + 2)^2 =$

b) $\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 =$

c) $\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 =$

d) $(3x^2 + 2x)^2 =$

e) $\left(2a + \frac{1}{3}b\right)^2 =$

f) $(3x - 5)^2 =$

g) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 =$

h) $(3x^2 - 2x)^2 =$

i) $\left(3a - \frac{1}{2}b\right)^2 =$

2. Multiplica los siguientes binomios teniendo en cuenta que es el producto de una suma por una diferencia:

a) $(2x + 3) \cdot (2x - 3) =$

b) $(x + 1) \cdot (x - 1) =$

c) $\left(2y + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2y - \frac{1}{3}\right) =$

d) $(x^2 + x) \cdot (x^2 - x) =$

e) $(2a - 3b) \cdot (2a + 3b) =$

f) $\left(x - \frac{1}{2}y\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}y\right) =$

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Ordena el siguiente polinomio de forma decreciente según los grados y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independientes del mismo:

$$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$$

2. Realiza las siguientes operaciones con polinomios

a) $(7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1) + (-3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1) =$

b) $(4x^5 + 7x^3 - x - 2) - (5x^4 - 3x^3 + 7x + 2) =$

c) $(x^3 - 2x^2 + 3) \cdot (2x^3 - 5x + 1) =$

3. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $(x + 3)^2 =$

b) $(x + 1) \cdot (x - 1) =$

c) $\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{3}\right)^2 =$

d) $(x + \sqrt{2}) \cdot (x - \sqrt{2}) =$

PROBLEMAS

1. Escribe en forma de polinomio, en una variable, cada uno de los enunciados siguientes:

a) El cuadrado de un número menos dicho número más 5.

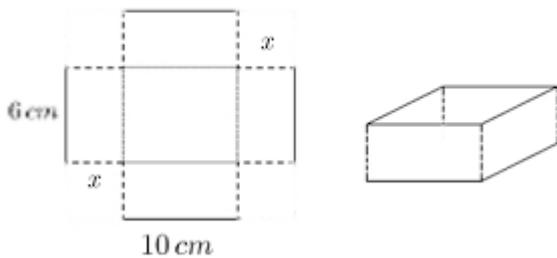
b) El cubo de un número, más el doble del cuadrado de un número, menos el triple del número, más 5.

c) El área de un cuadrado de lado desconocido.

d) El área de un rombo en el que una diagonal es el doble que la otra.

2. ¿Qué polinomio tenemos que sumar a $P(x) = 5x^3 - 9x + 8$ para obtener el polinomio $Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1$?

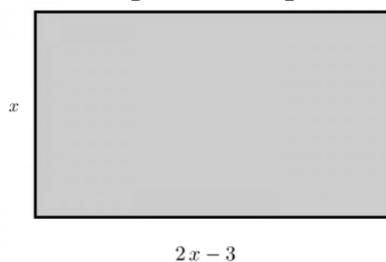
3. Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de x :



a) El área.

b) El volumen

4. Halla el polinomio que da el área de este rectángulo:





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 4:
DIVISIÓN DE POLINOMIOS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(8x^5 - 7x^4) : (2x^3) =$

b) $(3x^2 + 5x + 1) : (x + 2) =$

c) $(x^2 - 4) : (x - 2) =$

2. Divide y haz la comprobación:

a) $(2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12) : (x^3 - 5x + 3) =$

b) $(4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9) : (2x^3 - 5x + 1) =$

c) $(6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4) : (2x^3 - 3x^2 + 1) =$

REGLA DE RUFFINI

1. Divide por Ruffini:

a) $(2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18) : (x + 3) =$

b) $(x^4 - 6x^3 + 9x + 10) : (x - 3) =$

c) $(x^5 - 4x^3 + 7x + 12) : (x - 2) =$

d) $(x^4 - 6x^2 + 4x + 5) : (x + 2) =$

e) $(x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1) : (x - 2) =$

RAÍCES DE UN POLINOMIO. TEOREMAS DEL RESTO Y DEL FACTOR

1. Halla el valor numérico de los siguientes para los valores que se indican:

a) $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$ para $x = 0$ y para $x = 1$

b) $Q(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$ para $x = 3$ y para $x = -3$

2. ¿Cuál de los números, 3 ó -3, es raíz del siguiente polinomio?

$$P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$$

3. Halla, sin hacer la división, es decir, aplicando el teorema del resto:

a) El resto de dividir $x^3 - 6x^2 + 5$ entre $x - 2$

b) El resto de dividir $x^4 + 3x^3 - 5x - 7$ entre $x + 3$

4. Comprueba, sin hacer la división, es decir, aplicando el teorema del factor, que el polinomio $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ es divisible entre $x - 1$

5. Halla el valor de k para que:

a) El resto de la división $(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$ sea 5

b) Que el polinomio $P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$ sea divisible entre $x - 1$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

1. Extrae factor común, utiliza las identidades notables o halla las raíces para factorizar los siguientes polinomios:

a) $8x^3 + 12x^2 =$

b) $x^2 + 10x + 25 =$

c) $x^2 - 5 =$

d) $x^2 - 14x + 49 =$

2. Halla las raíces de los siguientes polinomios aplicando la regla de Ruffini y extrayendo factor común donde sea posible y factorízalos:

a) $x^3 + 2x^2 - x - 2 =$

b) $x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x =$

c) $4x^4 - 64x^2 =$

d) $3x^3 - 3x^2 - 6x =$

e) $2x^4 + 4x^3 + 2x^2 =$

f) $x^3 - x^2 - 4 =$

g) $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 =$

h) $6x^5 - 48x^2 =$

i) $8x^4 + 8x^3 + 2x^2 =$

j) $x^3 - x^2 + x - 1 =$

FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Comprueba en cada caso si las fracciones algebraicas dadas son equivalentes:

a) $\frac{x+2}{3x+6}$ y $\frac{1}{3}$

b) $\frac{x^2+x}{x^2}$ y $\frac{x+1}{x}$

c) $\frac{3x}{x^2-x}$ y $\frac{3}{x-2}$

d) $\frac{3x-3}{9x^2-9}$ y $\frac{1}{3x-3}$

2. Utiliza las identidades notables para simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} =$

b) $\frac{x^2-16}{x^2-4x} =$

c) $\frac{2x+4}{2x-4} =$

d) $\frac{2x^2-2}{3x^2+6x+3} =$

e) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} =$

f) $\frac{x^2+2x+1}{x^4-1} =$

3. Utiliza el teorema del factor para simplificar, siempre que sea posible, las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x-2}{x^2+x-6} =$

b) $\frac{x-1}{2x^2-3x+1} =$

c) $\frac{x^2+x-6}{x^2-4} =$

d) $\frac{x^2-1}{5x^2+4x-9} =$

e) $\frac{x^2+x-2}{x+2} =$

f) $\frac{x+2}{x^2-1} =$

OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Calcula:

$$\text{a) } \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} =$$

$$\text{b) } \frac{x+2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} =$$

$$\text{c) } \frac{1}{3x} + \frac{3}{2x} - \frac{1}{x}$$

$$\text{d) } \frac{2}{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x^2}$$

$$\text{e) } \frac{3}{x} - \frac{x}{x-1}$$

$$\text{f) } \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$$

$$\text{g) } \frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x} =$$

$$\text{h) } \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} =$$

$$\text{i) } \frac{x+2}{x^2+4x+4} : \frac{x^2-4}{x^3+8} =$$

$$\text{j) } \frac{x^3+3x^2-4x-12}{x^2+2x-3} : \frac{4x-2x^2}{x^3-2x^2+x} =$$

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Realiza las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(6x^3 - 2x^2 - 1) : (x^2 + x + 2) =$

b) $(-3x^4 + x^2 - 2x + 3) : (3x^2 - 2x + 1) =$

c) $(x^6 - 2x^2 + x - 3) : (-2x^3 + x - 2) =$

2. Realiza las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini:

a) $(3x^4 - 2x^2 + x - 3) : (x + 1) =$

b) $(x^5 - 2x^3 - x + 1) : (x - 1) =$

c) $(2x^3 - x^2 + 3x - 1) : (x + 2) =$

d) $(2x^3 + 4x^2 - 5x - 3) : (x - 2) =$

3. Calcula el resto de las siguientes divisiones, usando el teorema del resto:

a) $(5x^2 - x + 1) : (x - 1)$

b) $(x^3 + 7x^2 - 1) : (x - 5)$

c) $(x^2 - 9) : (x + 3)$

d) $[(x + 27) \cdot (x + 5) \cdot (x - 9)] : (x + 6)$

4. Halla las raíces de los siguientes polinomios:

a) $x^2 - 3x + 2$

b) $2x^3 - 2x^2 - 10x - 6$

5. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $9x^4 - 4x^2 =$

b) $x^5 + 20x^3 + 100x =$

c) $3x^5 - 18x^3 + 27x =$

d) $2x^3 - 50x =$

e) $2x^5 - 32x =$

f) $2x^2 + x - 28 =$



I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 5:
ECUACIONES Y SISTEMAS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

ECUACIONES. REGLAS DE LA SUMA Y DEL PRODUCTO

1. Comprueba si las siguientes igualdades son identidades y justifica tu respuesta:

a) $7a - 3a + 3 = 4a + 4 - 1$

b) $6t - 2t = 3t + t$

c) $23x + 500 = 1765$

d) $7y - 7y = 5 - 5$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1. Resuelve las siguientes ecuaciones siguiendo los correspondientes pasos:

a) $6x - 7 + x = 7 - 2x$

b) $3m = 12 - m$

c) $8 = 2x + 3x + 3$

d) $2x - 3(x - 2) = x$

e) $x + 37 = 5(x - 3)$

f) $x + 2 = 2(2x + 4)$

g) $15(y - 4) = 2y + 5$

h) $4(5 - z) + 3z = -8(2z - 2) + 4$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones con coeficientes fraccionarios reduciendo previamente a común denominador.

a) $\frac{2}{3}x + 1 = 2x$

b) $\frac{1}{4}m + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

c) $\frac{1}{4}z - 3 = \frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{6}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

ECUACIONES DE 2º GRADO

1. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $2x^2 + 18x = 0$

c) $-2x^2 + 50 = 0$

d) $3x^2 - 108x = 0$

2. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado y justifica el número de soluciones en función del valor del discriminante:

a) $x^2 - x - 12 = 0$

b) $x^2 + x - 12 = 0$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

f) $2x^2 - 2x + 4 = 0$

ECUACIONES DE TERCER Y CUARTO GRADO

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

b) $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3 = 0$

c) $x^4 + 12x^3 - 64x^2 = 0$

d) $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$

e) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

f) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Comprueba cuáles de los siguientes pares de números son soluciones de la ecuación:

$$3x + 2y = 6$$

a) $x = 4; y = -3$

b) $x = -3; y = 4$

c) $x = 0; y = 3$

d) $x = -1; y = \frac{7}{2}$

e) $x = -5; y = \frac{11}{2}$

=

2. Comprueba si:

a) $x = 3; y = -1$ es solución de $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

b) $x = -2; y = 4$ es solución de $\begin{cases} -2x + y = 8 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

c) $x = 30; y = 25$ es solución de $\begin{cases} x + y = 55 \\ 4x + 2y = 170 \end{cases}$

2. Determina el tipo de sistema (compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible) que es cada uno de los siguientes:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 2y = 6 \\ 10x - 4y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

1. Resuelve paso a paso, por el método de sustitución, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 5x - 2y = 13 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ -3x + 4y = -24 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 5y = -24 \\ 8x - 3y = 19 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x - (y + 1) = 3 \\ (x + 3) + y = 4 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x + 2(y + 3) = 11 \\ 3(x + 1) - 2(y - 1) = 4 \end{cases}$$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

1. Resuelve paso a paso, por el método de igualación, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 9x + 16y = 7 \\ 3x - 8y = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2(x - 1) - 3(y + 3) = -15 \\ 4(x - 2) + 2(y + 4) = 8 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 7(x + 2) - 3 - 4y = 14 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

MÉTODO DE REDUCCIÓN

1. Resuelve paso a paso, por el método de reducción, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x - y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$$

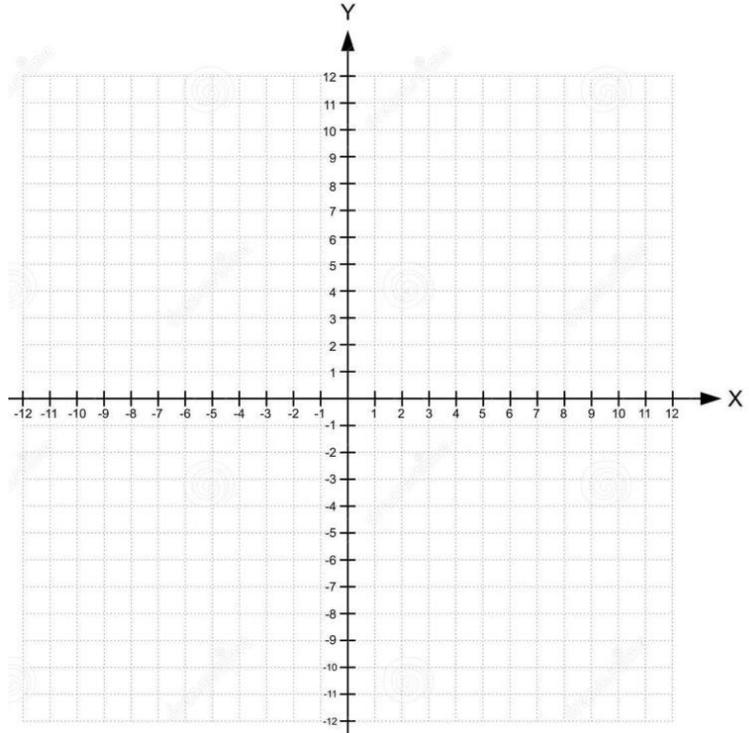
$$\text{e) } \begin{cases} x - 1 = y - 19 \\ 2y + 1 = 10x + 13 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 6(x + y) = 5 \\ 8\left(x + \frac{3}{8}\right) = 5 \end{cases}$$

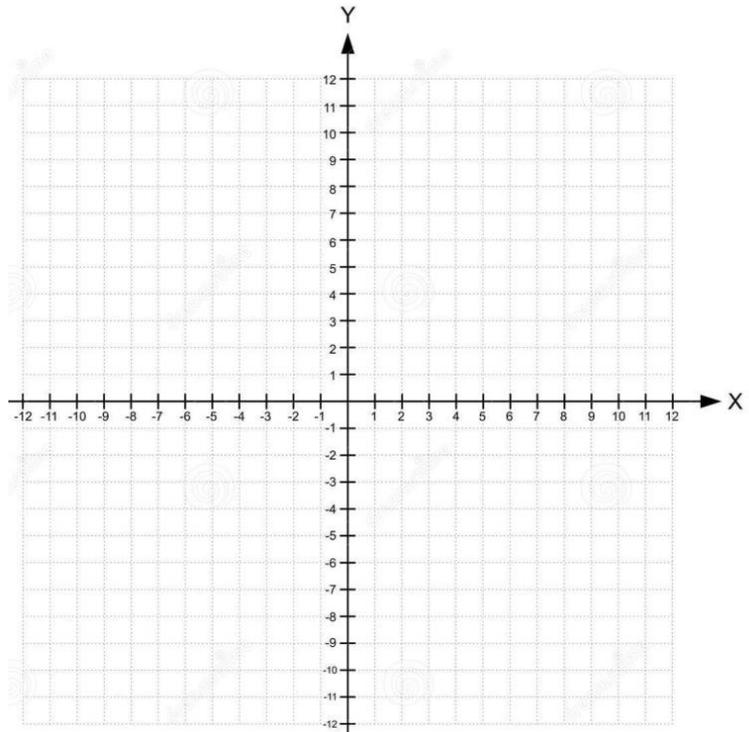
MÉTODO GRÁFICO

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método gráfico y clasifícalos en función de su número de soluciones:

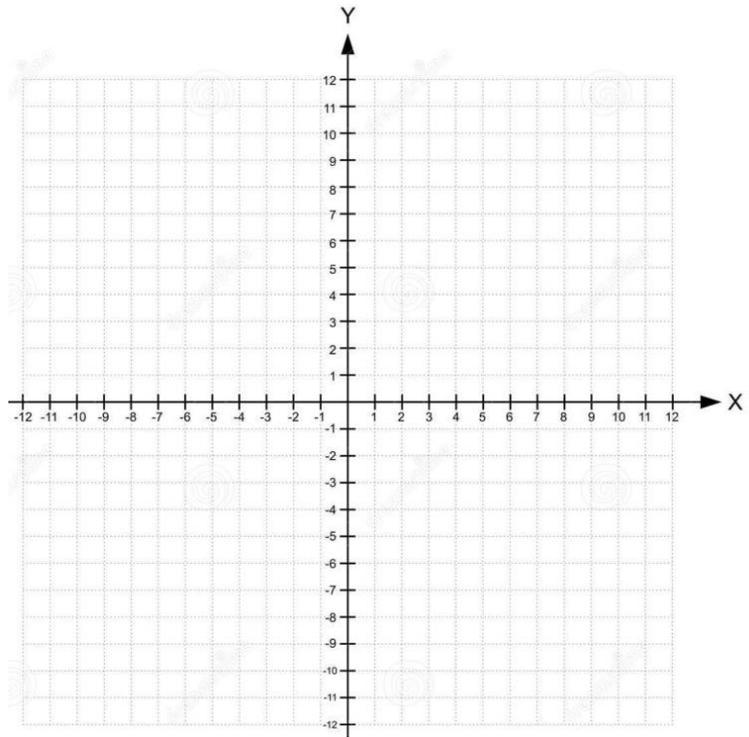
a)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$



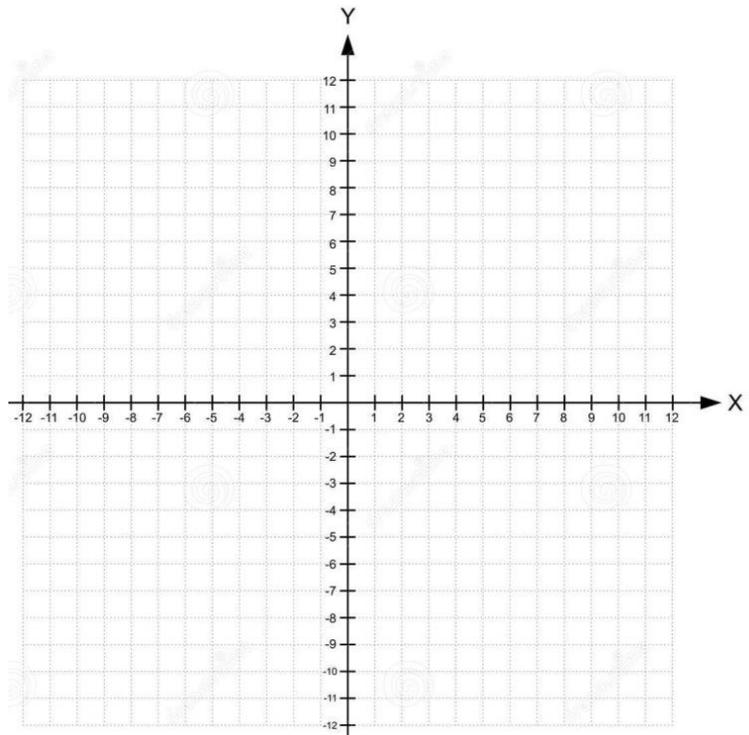
b)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ -2x + 2y = -2 \end{cases}$$



$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -6x + 9y = 9 \end{cases}$$



$$d) \begin{cases} y - x = 2 \\ y + 2x = 5 \end{cases}$$



PROBLEMAS

1. La suma de dos números es 36, y uno es el doble del otro. Calcula dichos números.

2. La base de un rectángulo mide 8 cm más que la altura. Si su perímetro mide 64 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.

3. Se mezclan dos clases de té, uno de 0,48 €/kg y otro de 0,72€/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 0,65 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?



4. Una moto sale de Melilla hacia Ceuta con una velocidad de 70 km/h. Tres horas más tarde, un coche sale de la misma ciudad y en el mismo sentido con una velocidad de 100km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar a la moto?



5. Seis bolsas de deporte y cinco carpetas cuestan 227 €. Cinco bolsas de deporte y cuatro carpetas (con los mismos precios) cuestan 188 €. Halla el precio de cada bolsa de deporte y el precio de cada carpeta.



6. Halla dos números enteros que sumen 150 y cuya diferencia sea el cuádruple del menor.

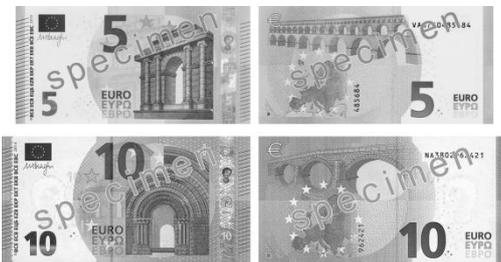
7. La edad de Pedro es el doble que de su sobrina Ana. Hace diez 10 años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Pedro. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

8. En un corral hay gallinas y conejos. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?



9. Un club deportivo tiene 26 socios menos que otro. Si entre los dos clubes hay 88 socios. ¿Cuántos socios tiene cada uno?

10. He comprado un objeto y he pagado por él 105 € con doce billetes de dos tipos: de 5 € y de 10 €. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?



11. Entre Salma y Karim tienen un total de 65 CD's de música. Se sabe que Karim tiene 7 discos más que Salma. ¿Cuántos CD's tiene cada uno?





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 6:
PrPROPORCIONALIDAD**

NOMBRE Y APELLIDOS:

**PROPORCIONALIDAD DIRECTA.
REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**

1. Un abuelo reparte 450 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad; proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?



2. Se asocian tres individuos aportando 5000, 7500 y 9000 € cada uno. Al cabo de un año, han ganado 6450 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno si hacen un reparto directamente proporcional al capital aportado?



3. Se reparte una cantidad de dinero, entre tres personas, directamente proporcional a sus antigüedad en una empresa, que es de 3, 5 y 7 años respectivamente. Sabiendo que a la segunda persona le corresponden 735 €. Hallar lo que le corresponde a la primera y a la tercera. ¿Qué cantidad de dinero se han repartido?

4. Tres hermanos ayudan a la economía de la casa entregando mensualmente 2500 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son directamente proporcionales a la edad. ¿Cuánto aporta cada hermano?

PORCENTAJES

1. Calcula

a) El 7% de 25

b) El 15% de 123

c) El 2,3% de 1600

d) El 0,12% de 6000

2. Calcula el porcentaje que representa cada una de las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{2}{3}$

f) $\frac{1}{10}$

3. Calcula los valores finales si se produce un incremento de un:

a) 20% sobre 245

b) 2% sobre 1600

c) 0,35% sobre 2943

d) 50% sobre 137

4. Calcula los valores finales si se produce un descuento de un:

a) 18% sobre 136

b) 6% sobre 89

c) 0,75% sobre 1198

d) 25% sobre 200

5. Una tienda de fotografía hace una rebaja del 15% en una cámara fotográfica de 700 €. ¿Qué precio se paga por ella?



6. Un televisor cuesta 605 € con el 21% de I.V.A. ¿Cuánto vale sin I.V.A.?



7. Por unos zapatos que inicialmente valían 85 €, finalmente se han pagado 68 €. ¿Qué porcentaje de descuento se ha aplicado?

INTERESES SIMPLE Y COMPUESTO

1. Un individuo tiene 700 € en un banco a un rédito del 2%. Para sus gastos retira todos los años los intereses que le produce el capital. ¿Qué dinero retira al año?
2. ¿Cuánto producen 5000 € a intereses simples de 4% durante 3 años? ¿Y durante 5 meses? ¿Y durante 50 días?
3. Un capital de 600 € está produciendo durante 90 días al 6%. ¿Cuál es el interés?
4. Una persona consigue un préstamo de 900 € al 7% durante un año. ¿Cuánto debe devolver al final del año?
5. ¿Qué interés se recibe de una inversión de 4500 € al 4% anual si se retira 2 meses y 9 días después del comienzo de la inversión?
6. ¿A qué tanto por ciento de interés simple hay que prestar un capital de 400 € para que en 3 años se conviertan en 480€?
7. ¿Cuánto tiempo hay que tener 500 € al 3% de interés simple para que se conviertan en 600€?
8. Un capital, junto con sus intereses simples de 3 años al 5% asciende a 699 €. ¿Cuál es ese capital?
9. Averigua el capital que he invertido en un banco al 4,5% durante 2 años si en total me han devuelto 1463 €?
10. ¿Cuántos años tardará en duplicarse un capital invertido al 4% de interés simple? ¿Y en triplicarse uno invertido al 5%?

11. ¿En cuánto se convertirán 3200 €, prestados durante 4 años, al 4,5% de interés compuesto?
12. Un capital de 500 € se coloca al 4% de interés compuesto durante 7 años. ¿Qué capital final se forma?
13. Una persona ingresa en un banco 5000 €. Los intereses se acumulan al capital. El banco le da un rédito al 6%. ¿Cuál es el capital que reúne en 6 años?
14. ¿En cuánto se convierten 2000 € invertidos durante 10 años al 4% de interés compuesto?
15. Halla el capital final que se forma al depositar un capital inicial de 600 € durante 10 años al 6% de interés compuesto.
16. ¿Qué capital inicial al 4% de interés compuesto se convierte a los 3 años en un capital final de 150 €?
17. Un cierto capital produce intereses compuestos durante 12 años al 5%. El capital al cabo de estos 12 años es de 7320 €. ¿Cuál era el capital inicial?
18. Una empresa quiere formar un capital de 30000 € en 12 años. ¿Cuánto ha de ingresar al principio de la inversión si este le da anualmente un rédito del 5%?
19. ¿A qué tanto por ciento de interés compuesto ha de colocarse un capital de 250 € para que en 2 años se convierta en 275 €?
20. ¿A qué tanto por ciento de interés compuesto ha de colocarse un capital de 100 € para que en 3 años se convierta en 200 €?

PROPORCIONALIDAD INVERSA. REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES

1. Se quiere repartir un premio de 1860 € a los tres mejores corredores de una carrera, de manera inversamente proporcional a los tiempos que han invertido en completar el recorrido. El primer corredor tardó 24 segundos, el segundo 28 y el tercero 30.



2. Los responsables de Obras Públicas han decidido construir una estación de ferrocarril en una determinada comarca. El coste es de un millón setecientos mil euros y se acuerda que la mitad lo aporta el Ministerio de Fomento y la otra mitad la debe aportar el Ayuntamiento de las tres principales de dicha comarca de forma inversamente proporcional a la distancia a la que se encuentran de la estación. El primer municipio se encuentra a 6 km, el segundo a 8 km y el tercero a 16 km. ¿Cuánto debe aportar cada Ayuntamiento?



3. Los dos camareros de un restaurante se reparten al final de mes un bote de 136 euros de propina de forma inversamente proporcional al número de días que han faltado. Si uno ha faltado 3 días y el otro 5 días. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?



PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

1. Durante 30 días 6 obreros han canalizado 150 m de tubería para el suministro de agua de la Ciudad de Melilla. Calcula cuántos metros canalizarán 14 obreros trabajando durante 24 días.



2. Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2250 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12000 €.

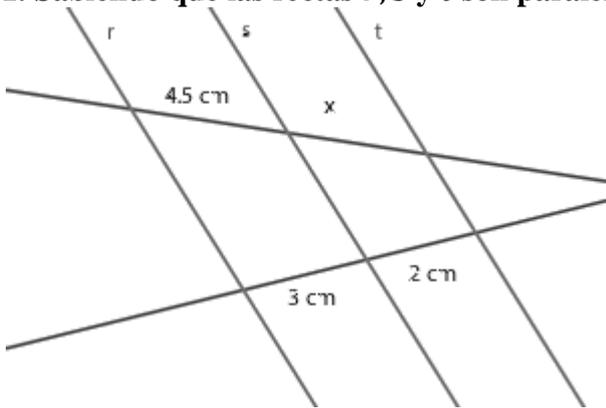


3. Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿cuántos días tardaría en leer el mismo libro?



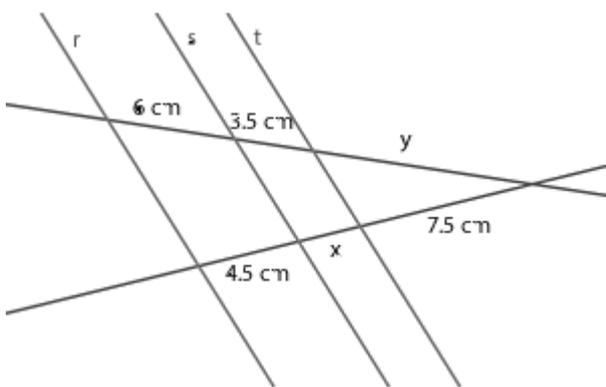
PROPORCIONALIDAD Y GEOMETRÍA. TEOREMA DE THALES

1. Sabiendo que las rectas r , s y t son paralelas, la longitud de x es:



- a) $2,5\text{ cm}$
- b) 3 cm
- c) No se puede calcular

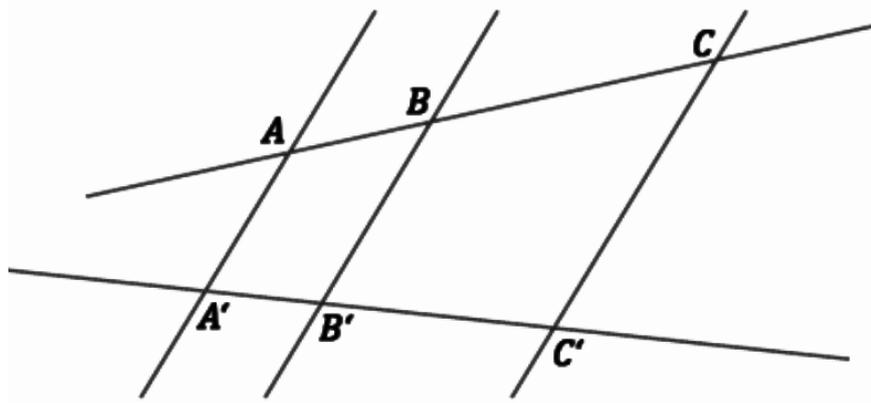
2. Sabiendo que las rectas r , s y t son paralelas, las longitudes que faltan son:



- a) $2,5\text{ cm}$
- b) 3 cm
- c) No se puede calcular

3. Dado el siguiente dibujo y los siguientes datos:

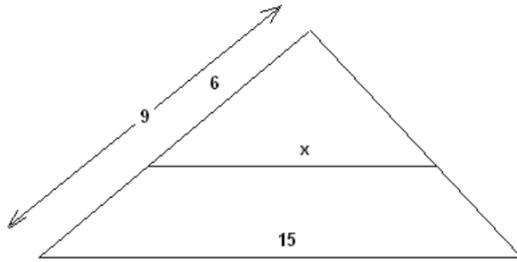
$$\begin{aligned}\overline{AB} &= 5\text{ cm} \\ \overline{A'B'} &= 4\text{ cm} \\ \overline{BC} &= 8\text{ cm} \\ \overline{B'C'} &= x\end{aligned}$$



Halla el valor de x

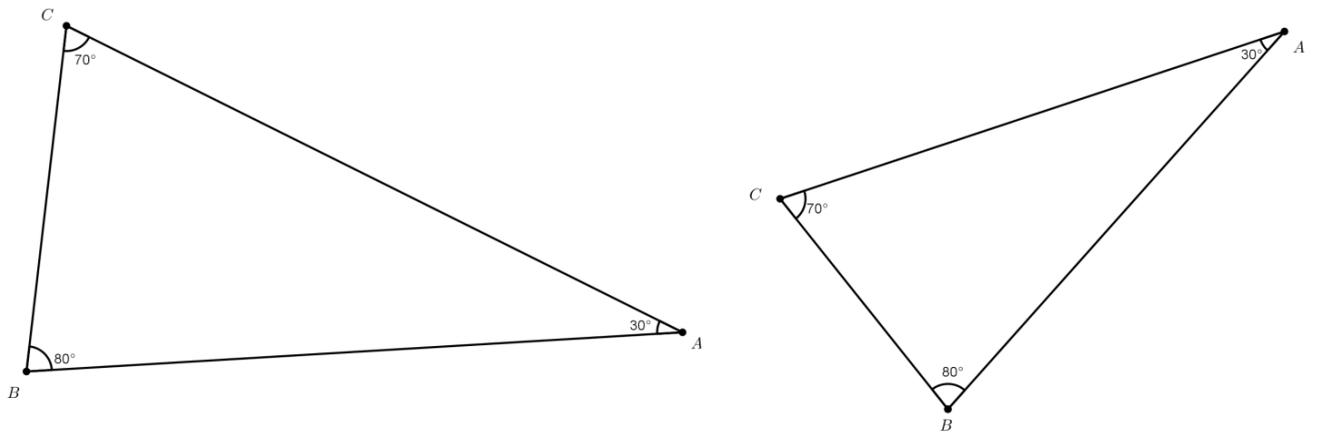
TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES. CRITERIOS DE SEMEJANZA

1. Calcula x (las unidades son cm).

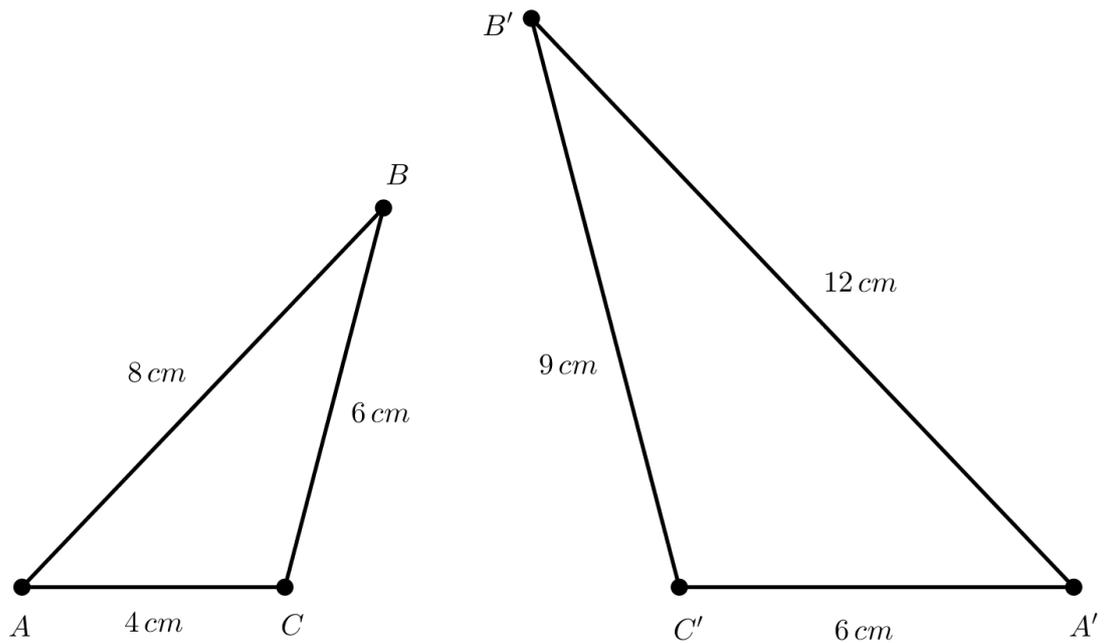


2. Indica si las siguientes parejas de triángulos son o no semejantes, y si lo son, en base a qué criterio.

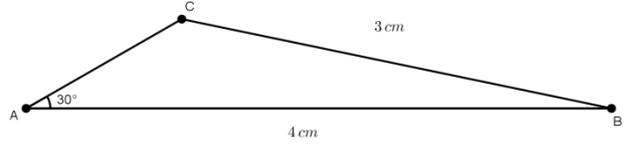
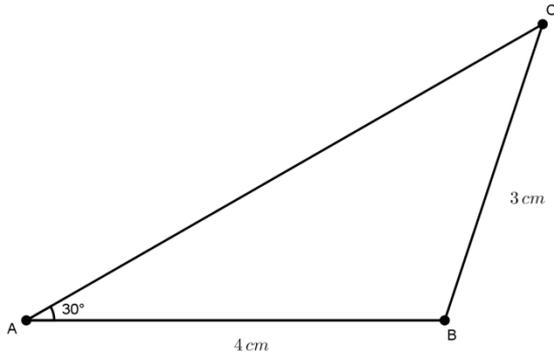
a)



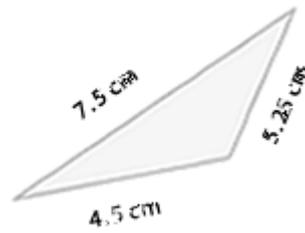
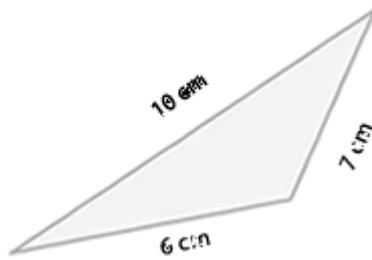
b)



c)



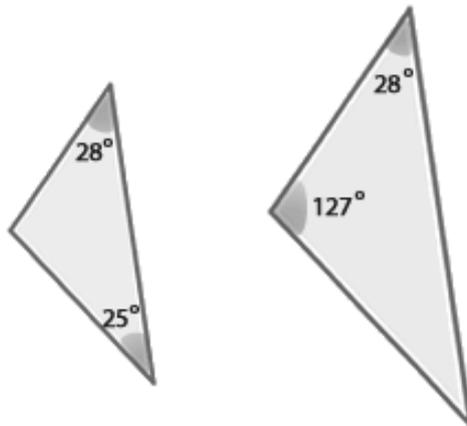
3. Elige la opción correcta:



Los triángulos siguientes son semejantes porque:

- a) Sus lados son iguales.
- b) Sus lados son parecidos dos a dos.
- c) Sus lados son proporcionales dos a dos.

4. Elige la opción correcta:



Los triángulos anteriores son:

- a) Son semejantes ya que sus ángulos homólogos son iguales.
- b) No son semejantes.
- c) Ninguna de las respuestas anteriores son correctas.

RAZONES DE LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES

1. Con un cable de 50 metros se quiere construir un polígono semejante a otro de 90 metros de perímetro. ¿Cuánto medirá el lado del primer polígono si el del segundo polígono mide 5 m?

2. Las áreas de dos polígonos semejantes están en la razón 1:64. ¿Cuál es la razón de semejanza entre las dos figuras?

3. Se quiere dibujar un polígono de perímetro 60 cm, semejante a otro de perímetro de 180 cm. ¿Cuánto medirá el lado del primer polígono homólogo de un lado del segundo polígono que mide 15 cm?

4. Los lados de un cuadrilátero son $a = 1 \text{ cm}$; $b = 6 \text{ cm}$; $c = 7 \text{ cm}$ y $d = 4 \text{ cm}$. Se sabe que el área de otro semejante es 16 veces mayor que el área el primero. Determina la medida de los lados del cuadrilátero semejante.

ESCALAS

1. Dos ciudades situadas a 63 km están representadas en un mapa a una distancia de 4 cm. ¿A qué distancia se encontrarán representadas en el mapa dos ciudades que en la realidad están separadas 233 km?

2. En el plano de una vivienda a escala 1: 350, las medidas tomadas en dicho plano de una terraza rectangular son 36 mm y 29 mm. ¿Cuál es la superficie real de la terraza?

3. El ancho real de una autovía es de 24 metros. Si el plano en el que se encuentra dibujada está a una escala 1:200. ¿Cuánto milímetros tendrá de ancho la autovía representada en el plano?



4. ¿A qué escala estará dibujado el plano del Instituto, si se sabe que la puerta principal tiene un ancho de 3,40 m, y en dicho plano se ha medido con la regla 68 mm para dicha distancia?



ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Calcula el cuarto o medio proporcional en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{21} = \frac{30}{35}$

b) $\frac{4,2}{2,8} = \frac{4,5}{x}$

c) $\frac{4}{x} = \frac{x}{36}$

d) $\frac{x}{0,8} = \frac{3,2}{x}$

2. Se han comprado 250 g de queso por 3,2 €. ¿Cuánto pagaremos por 450 g?

3. Cuatro amigos tienen alimentos para 15 días de vacaciones. Si llegan dos amigos más, ¿para cuántos días tendrán alimentos comiendo la misma cantidad diaria?

4. En una tienda se compra un televisor con una rebaja del 20% y cobran el 21% de IVA. Si pagamos 232 € por él. ¿Cuál era su precio inicial?

5. Diez obreros asfaltan 8° km de carretera en 24 días. ¿Cuántos obreros serán necesarios para asfaltar 220 km en 30 días?

6. ¿A qué rédito se han depositado 4200 € durante 14 meses si se ha obtenido un interés simple de 196 €?

7. Los tres primeros clasificados de una competición deben repartirse 17930 € en partes inversamente proporcionales al puesto en el que han quedado. ¿Cuánto percibe cada uno?



I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 7:
FIGURAS PLANAS**

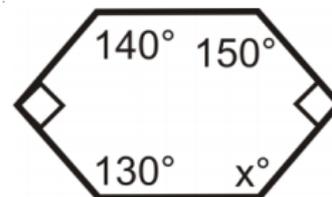
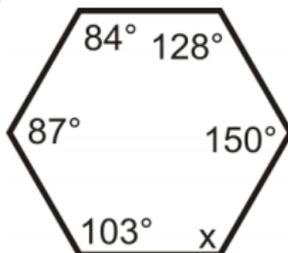
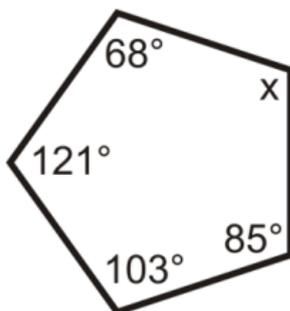
NOMBRE Y APELLIDOS:

POLÍGONOS

1. Completa la siguiente tabla:

POLÍGONO	Nº DE LADOS	SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
-	
-	n	

2. Encuentra el valor del ángulo que falta:



3. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que se trata de polígonos regulares:

POLÍGONO	Nº DE LADOS	ÁNGULO INTERIOR
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
-	
-	n	

TRIÁNGULOS

1. Comprueba si las siguientes ternas de segmentos pueden formar un triángulo:

a) $a = 8 \text{ cm}$; $b = 10 \text{ cm}$ y $c = 11 \text{ cm}$

b) $a = 10 \text{ cm}$; $b = 10 \text{ cm}$ y $c = 21 \text{ cm}$

c) $a = 3 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$ y $c = 5 \text{ cm}$

d) $a = 6 \text{ cm}$; $b = 8 \text{ cm}$ y $c = 15 \text{ cm}$

2. Escoge la opción correcta:

I. El centro de la circunferencia inscrita en un triángulo es el...

- a) Incentro, que es el punto de intersección de las tres alturas.
- b) Incentro, que es el punto de intersección de las tres bisectrices.
- c) Incentro, que es el punto de intersección de las tres mediatrices.
- d) Incentro, que es el punto de intersección de las tres medianas.

II. El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita de un triángulo, que es el punto de intersección de las tres...

- a) Mediatrices.
- b) Bisectrices.
- c) Alturas.
- d) Medianas.

III. El ortocentro de un triángulo es el punto de intersección de las tres...

- a) Mediatrices.
- b) Bisectrices.
- c) Alturas.
- d) Medianas.

IV. Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto denominado...

- a) Incentro
- b) Baricentro.
- c) Mediacentro.
- d) No se cortan en ningún punto.

V. El circuncentro, el ortocentro y el baricentro están alineados y contenidos en la denominada recta de:

- a) Gauss.
- b) Euler.
- c) Pitágoras.
- d) No están alineados

TEOREMA DE PITÁGORAS. APLICACIONES

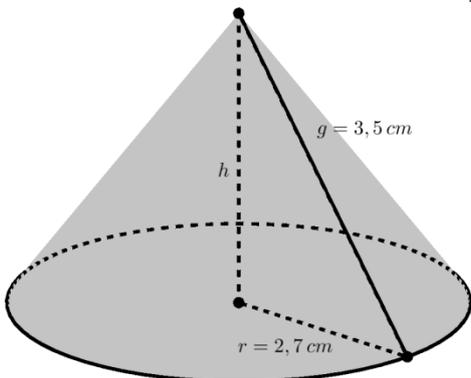
1. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 12,5 cm y 14,7 cm.

2. En un triángulo rectángulo se conoce un cateto, que mide 6,45 cm, y la hipotenusa, que mide 9,55 cm. Halla cuánto mide el otro cateto.

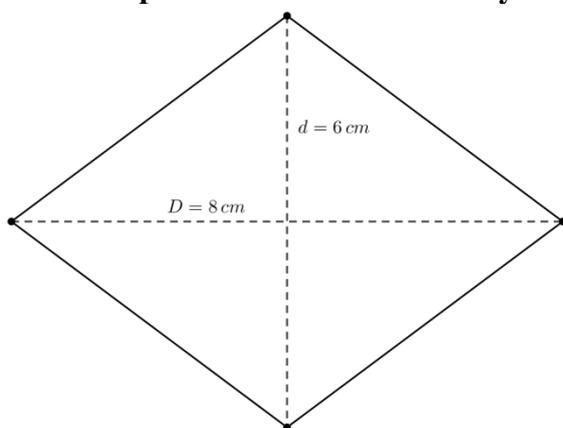
3. Halla la terna pitagórica en la que el número mayor es el 13.

4. Los lados de un triángulo miden 4 cm, 5 cm y 6 cm. ¿Qué clase de triángulo es atendiendo a sus ángulos?

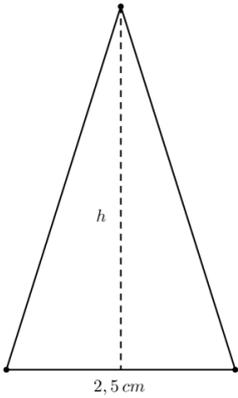
5. Halla la altura de un cono en el que el radio de la base mide 2,7 m, y la generatriz; 3,5 m.



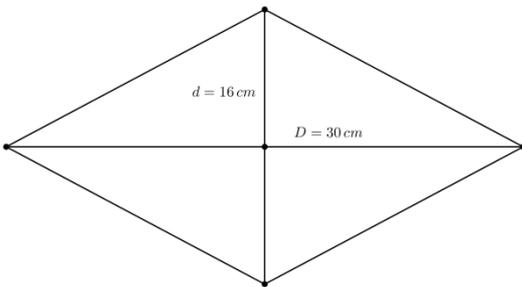
6. Halla el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 8 cm y 6 cm.



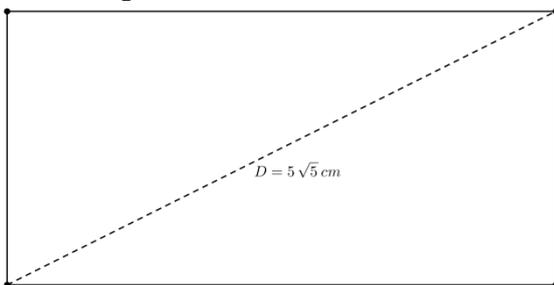
7. El triángulo isósceles de la figura adjunta tiene un perímetro de 9 cm y su base mide 2,5 cm. Determina su altura.



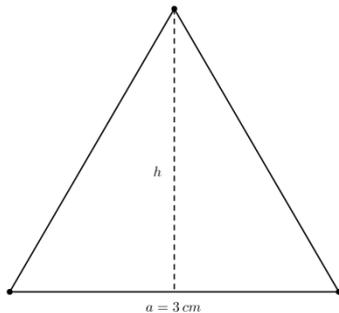
8. Halla la longitud del lado de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 16 cm y 30 cm respectivamente.



9. Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide $5\sqrt{5}$ cm sabiendo que su base es doble que su altura.

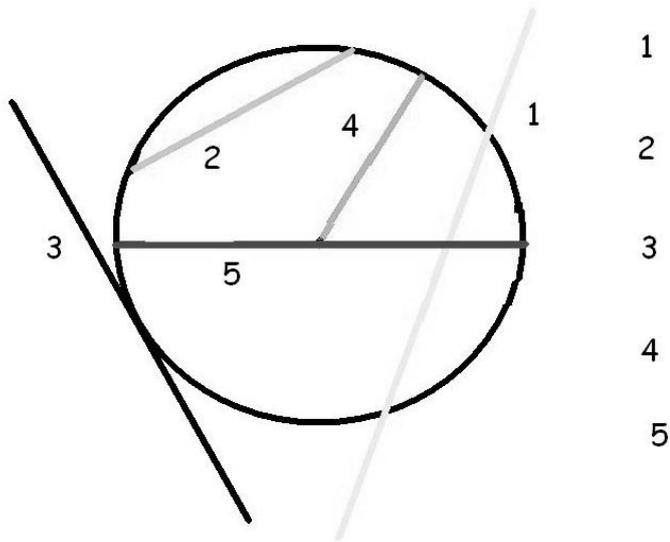


10. Halla la altura de un triángulo equilátero de 3 cm de lado.



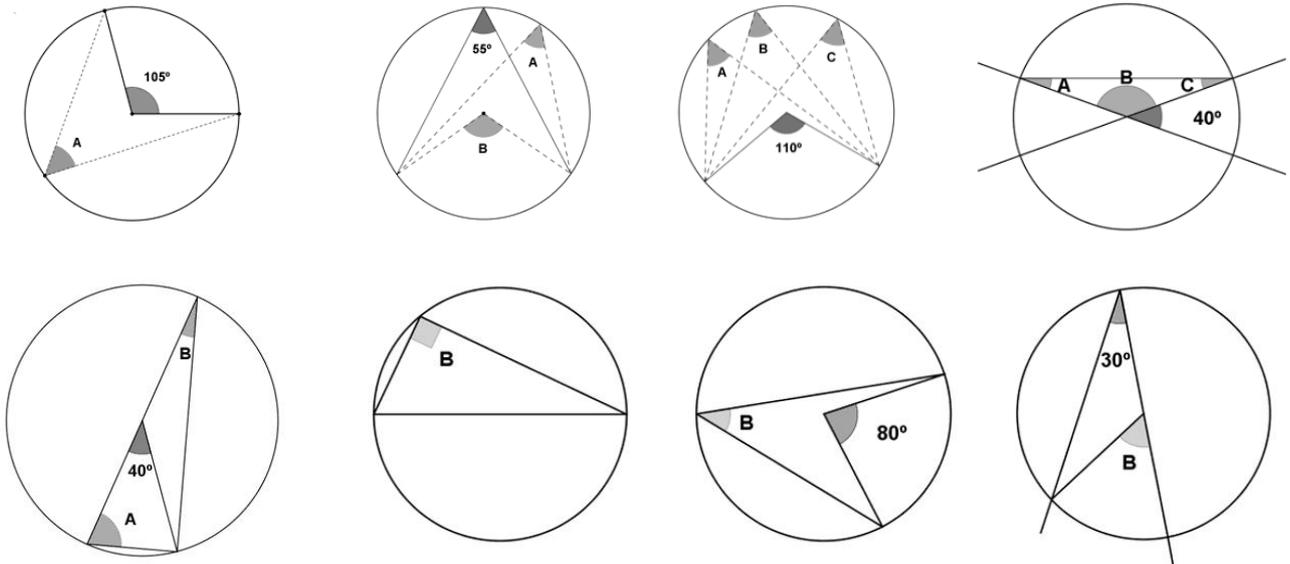
CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

1. Nombra los siguientes elementos de la circunferencia:



2. Calcula la medida del ángulo central cuando el ángulo inscrito en una circunferencia mide:
 a) 25° b) 40° c) 60° d) 75°

3. Calcular los ángulos desconocidos:



LONGITUDES Y LONGITUDES DE FIGURAS PLANAS

1. Halla el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 2 cm de lado.

2. Calcula el área de los siguientes polígonos:

a) Un triángulo de 4 cm de base y 2,25 cm de altura.

b) Un cuadrado de 5 cm de lado.

c) Un rectángulo de 6 cm de base y 4 cm de altura.

d) Un rombo de diagonales de 5 y 8 cm

e) Un trapecio de bases 4,5 cm y 3,5 cm; y altura de 3,5 cm

f) Un hexágono regular de 2 cm de lado.

1. Calcula el perímetro y el área de un triángulo cuyos lados miden 7 m, 8m y 13 m.

2. Calcula el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm

3. Calcula el área de un romboide en el que la base mide 12 m y la base tiene 5 m.

4. Calcula el perímetro y el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 3,5 cm y 5,4 cm y la altura tiene 4,6 cm.

5. Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular de 6 cm de lado.

6. De las siguientes figuras circulares de 2 cm de radio, halla:

a) La longitud de la circunferencia.

b) El área del círculo

c) La longitud del arco de amplitud de 60°

d) El área del sector circular de amplitud de 60°

e) El área de la corona circular de 1 cm de radio interior.

- 6. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5 cm.**

- 7. Calcula el área de un círculo cuyo radio mide 3,7 cm.**

- 8. Calcula la longitud de un arco de 4,6 cm de radio y cuya amplitud es de 120°**

- 9. Calcula el área de un sector circular de 23,5 m de radio y cuya amplitud es de $76,5^\circ$**

- 10. Calcula el área de una corona circular cuyos radios miden 5,5 cm y 6,7 cm.**

LUGARES GEOMÉTRICOS

1. Define como lugar geométrico:

a) Circunferencia:

b) Mediatriz:

c) Bisectriz:

2. Un juego de dos participantes consiste en que se sitúan a una distancia de 2 metros entre sí y se ponen varias banderas a la misma distancia de ambos. La primera a 5 metros, la segunda a 10 metros, la tercera a 15 metros, y así sucesivamente. ¿Sobre qué línea imaginaria estarían situadas las banderas?



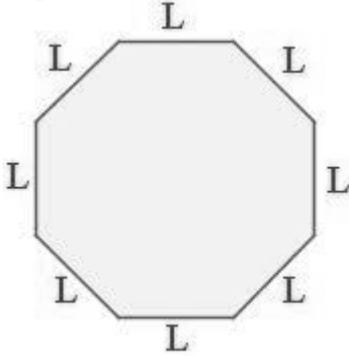
3. En una acampada, los excursionistas suelen situarse alrededor del fuego formando un círculo. ¿Por qué?



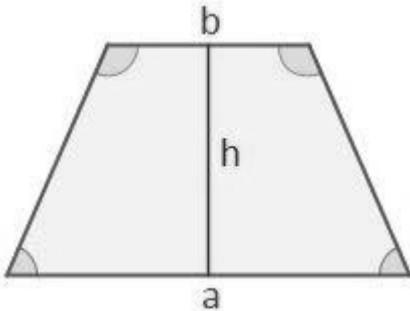
ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Dibuja un segmento de 3 cm y halla su mediatriz. ¿Qué propiedad cumplen todos los puntos de la misma?

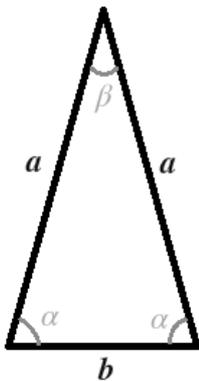
2. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un octógono regular?



3. Calcula la altura de un trapecio isósceles en el que las bases miden 9 cm y 7 cm y los lados oblicuos miden 6 cm.

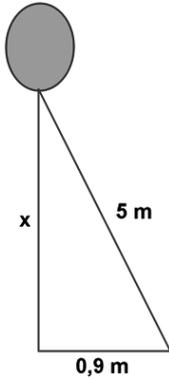


4. Calcula el área de un triángulo isósceles en el que los lados iguales miden 8 cm, y el desigual, 5 cm.



PROBLEMAS

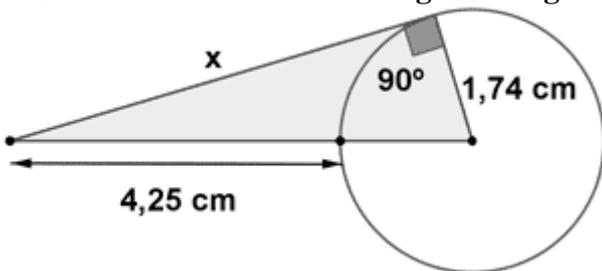
1. Un globo está sujeto a una cuerda de 5 m de longitud y observamos que se ha desplazado 0,9 m por el viento. ¿A qué altura está globo?



2. ¿Cuántas vueltas da una rueda de una bicicleta para recorrer 1 km si el radio de la bicicleta es de 40 cm?



3. Calcula el valor de x en la siguiente figura:



4. Calcula el radio de la Tierra sabiendo que un cuadrante mide 10000 km.





I.E.S. ENRIQUE NIETO

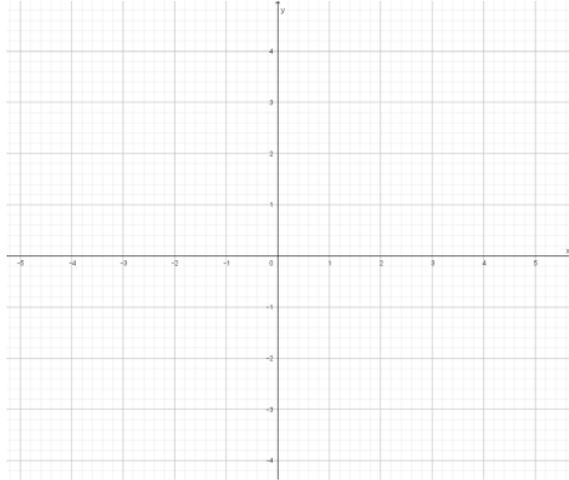
**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 8:
MOVIMIENTOS EN EL PLANO**

NOMBRE Y APELLIDOS:

VECTORES

1. Representa el vector \vec{v} de origen $A(2, -1)$ y extremo $B(5, 2)$ y halla sus coordenadas:



2. Escribe las componentes de cada vector:

a) $A = (2, 1); B = (3, 5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} =$

b) $C = (3, 7); B = (4, 5) \Rightarrow \overrightarrow{CD} =$

c) $A = (2, 8); B = (6, 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} =$

d) $B = (2, 1); C = (3, 5) \Rightarrow \overrightarrow{BC} =$

e) $P = (0, 3); Q = (3, 1) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} =$

f) $A = (5, 9); B = (1, 4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} =$

3. Completa las coordenadas de los siguientes puntos usando los datos proporcionadas:

a) $A = (5, 9); \overrightarrow{AB} = (2, 7) \Rightarrow B =$

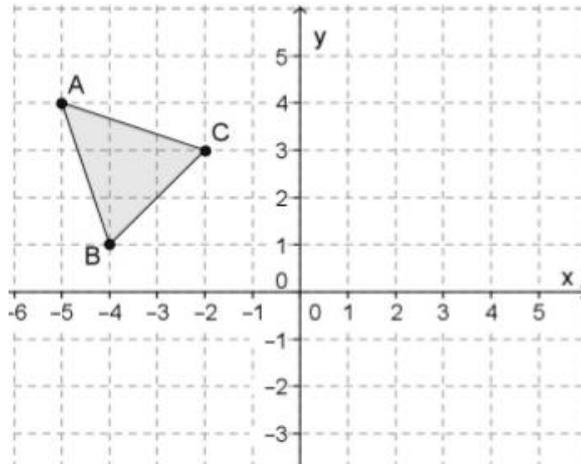
b) $B = (0, 7); \overrightarrow{AB} = (3, 1) \Rightarrow A =$

c) $A = (2, -4); \overrightarrow{AB} = (3, 5) \Rightarrow B =$

d) $B = (7, -3); \overrightarrow{AB} = (-2, -5) \Rightarrow A =$

TRASLACIONES

1. Trasladar el triángulo ABC según el vector $\vec{u} = (6, -2)$



Calcular las coordenadas de los vértices del triángulo trasladado $A'B'C'$

$A' =$ $B' =$ $C' =$

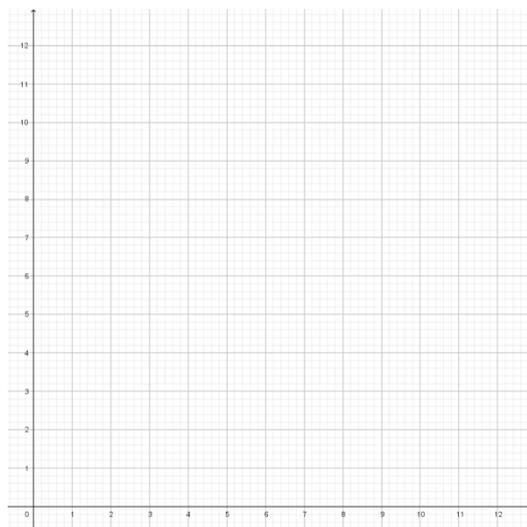
2. En una traslación mediante el vector \vec{v} un punto $P(1, 3)$ se transforma en $P'(-2, 5)$. Calcular el transformado del punto $Q(-3, 1)$ y hallar el centro y el radio de la transformada de la circunferencia de centro $O(4, 8)$ y radio $r = 2$

$Q' =$ $O' =$ $r' =$

3. Calcular el transformado del triángulo de vértices $A(6, 3); B(9, 1); C(11, 1)$ mediante el vector $\vec{v}(1, -2)$

$A' =$ $B' =$ $C' =$

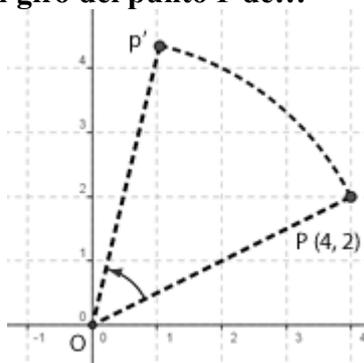
Representa gráficamente esta traslación:



GIROS

1. Escoge la respuesta correcta:

I. La siguiente imagen muestra un giro del punto P de...

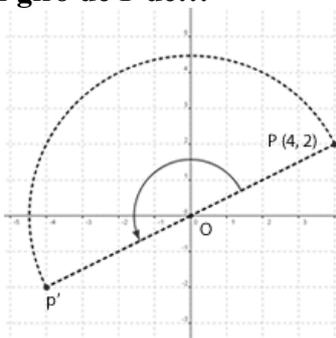


a) 50°

b) -50°

c) 180°

II: La siguiente imagen muestra un giro de P de...

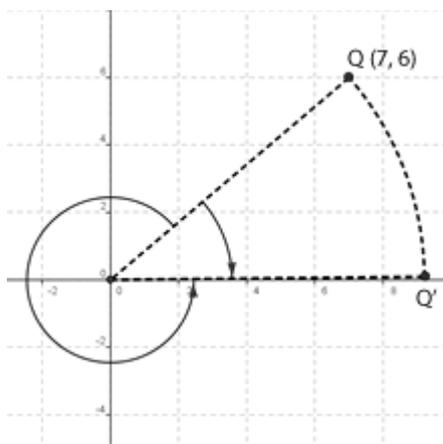


a) 360°

b) 90°

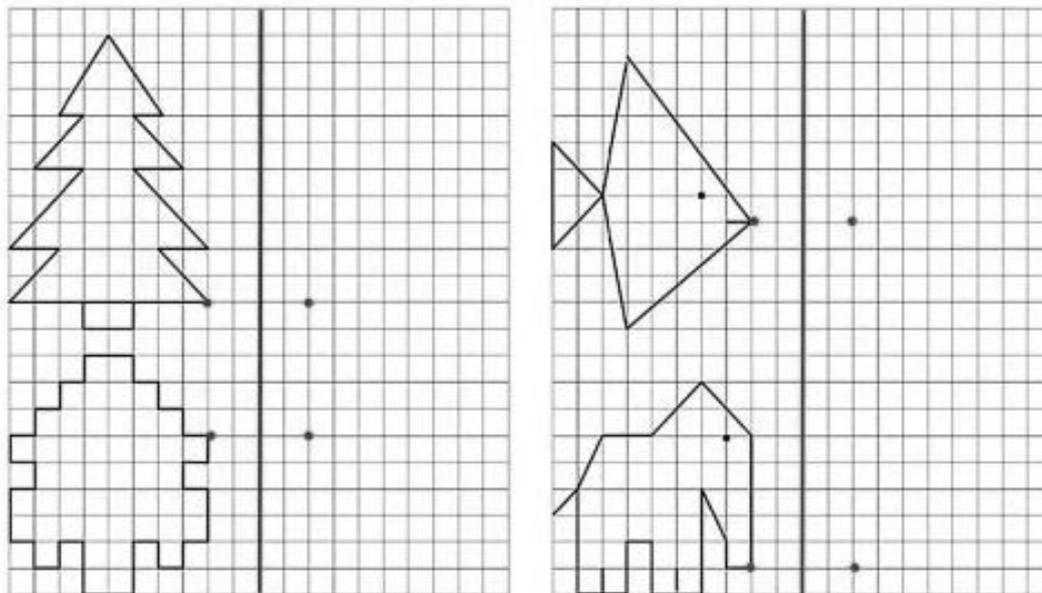
c) 180°

III. Al punto Q se le aplica un giro de -40° obteniendo Q' , posteriormente se vuelve a girar Q en sentido contrario y se obtiene de nuevo Q'. Cuánto vale el segundo giro?

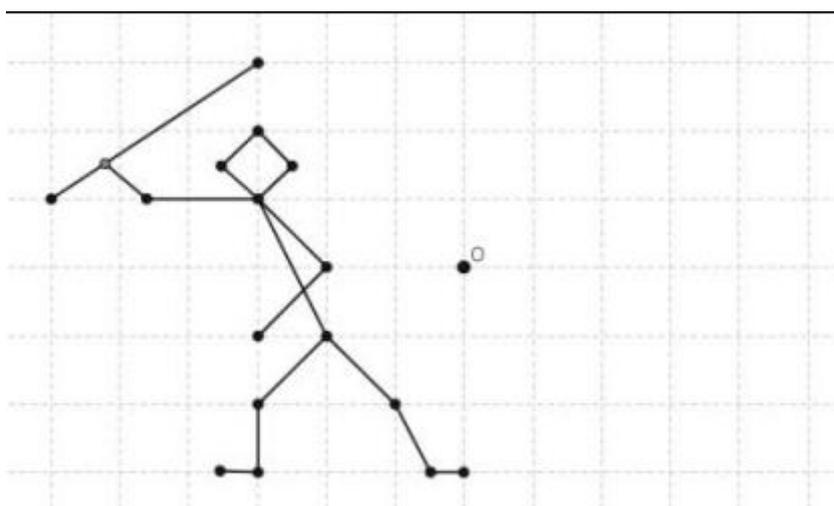


SIMETRÍAS

1. Dibuja las figuras simétricas respecto del eje de simetría.



2. Dibuja el dibujo simétrico respecto del centro O



3. Calcular los simétricos de los puntos $A(3, 3)$; $B(-2, 4)$; $C(-1, 1)$ respecto del origen de coordenadas.

$$A' =$$

$$B' =$$

$$C' =$$

4. Calcular los simétricos de los puntos A' , B' y C' obtenidos en el ejercicio anterior con respecto al punto $O(4, -2)$

$$A'' =$$

$$B'' =$$

$$C'' =$$

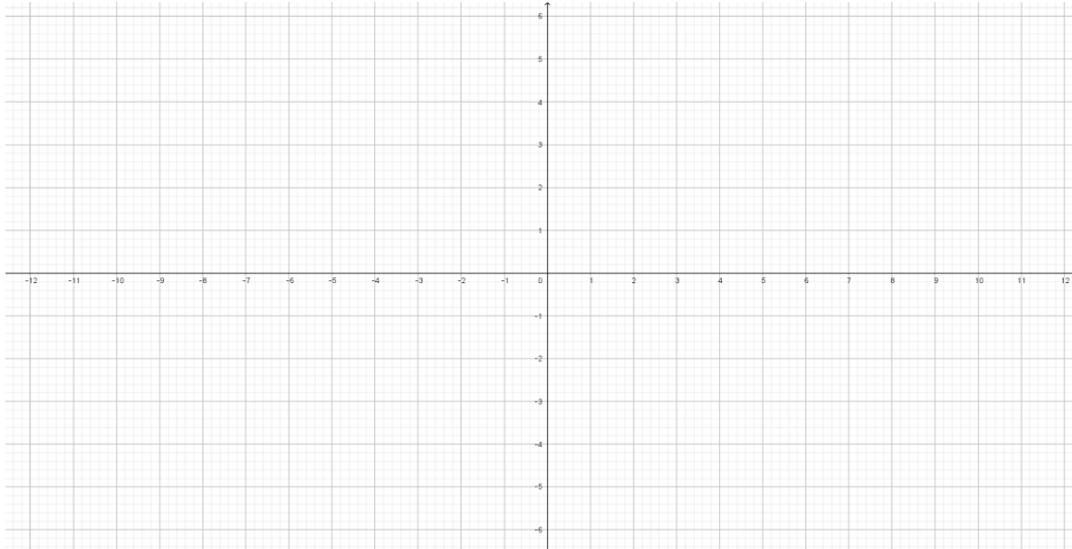
5. Dado el triángulo $A(4, -1); B(3, -2); C(7, -1)$, hallar el triángulo simétrico respecto del origen de coordenadas:

$$A' =$$

$$B' =$$

$$C' =$$

Representa gráficamente dicha simetría:



6. Dada la circunferencia de centro $C(3, -3)$ y radio $r = 1$ halla su simétrica respecto del origen.

$$C' =$$

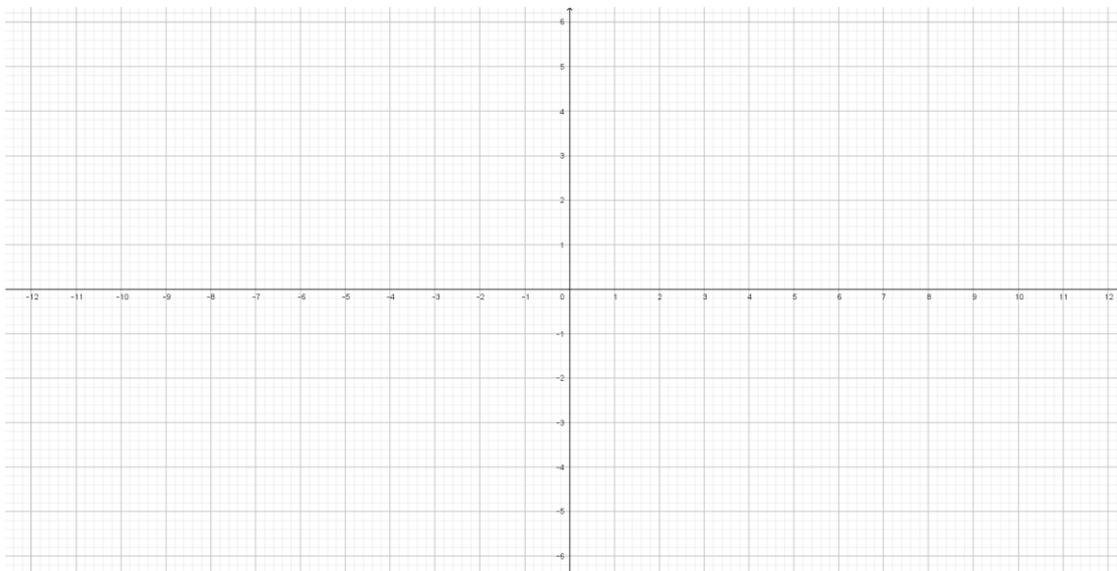
$$r' =$$

¿Y si calculamos la simétrica de la circunferencia original respecto del punto $P(1, 2)$?

$$C'' =$$

$$r'' =$$

Representa gráficamente dichas transformaciones:





I.E.S. ENRIQUE NIETO

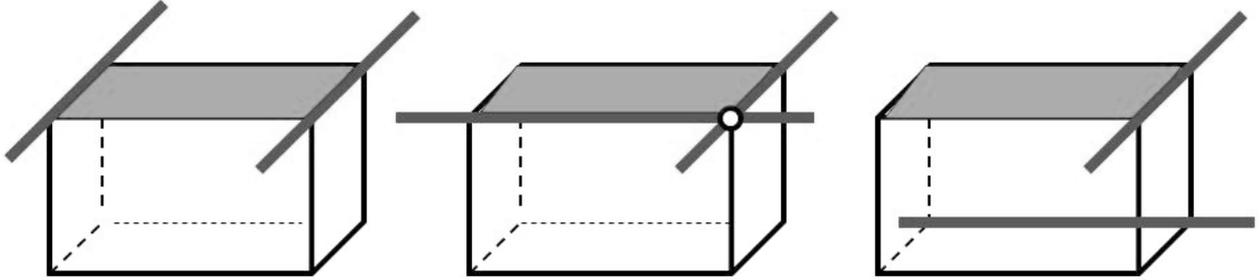
**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 9:
CUERPOS GEOMÉTRICOS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO

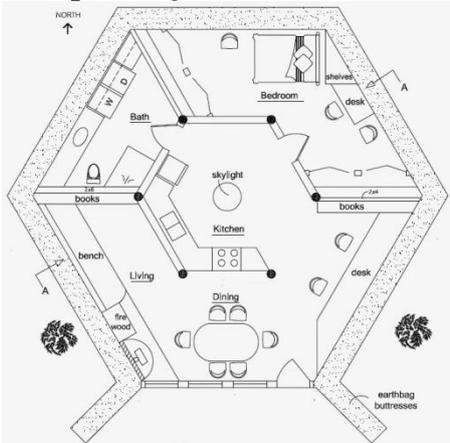
1. Indica las posiciones relativas de las siguientes rectas:



2. Las hojas de una puerta giratoria forman entre sí 5 ángulos diedros consecutivos e iguales. ¿Cuánto mide cada uno de ellos?

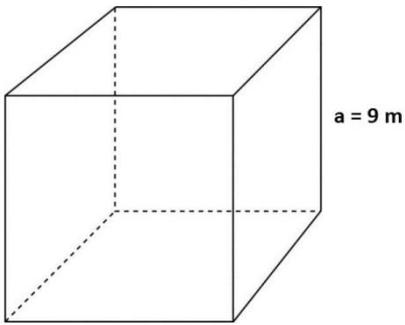


3. Desde un punto interior a una sala hexagonal regular se traza una recta perpendicular a cada pared. ¿Cuánto medirá el ángulo que forman dos perpendiculares consecutivas?

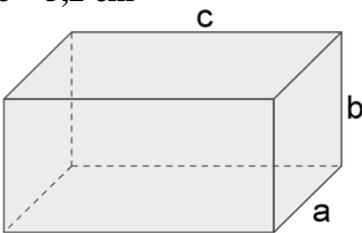


POLIEDROS

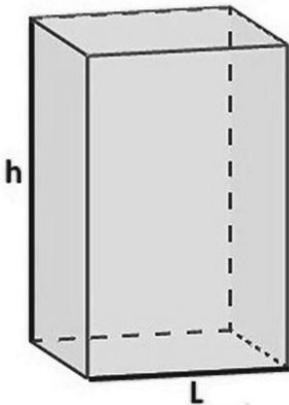
1. Calcula el área y el volumen de un cubo de 9 m de arista.



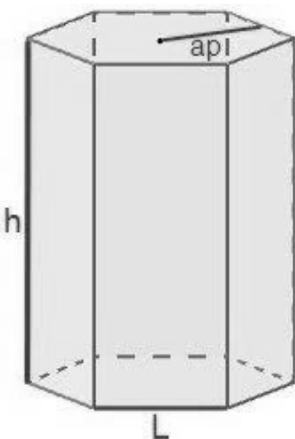
2. Calcula el área y el volumen de un ortoedro cuyas aristas miden $a = 8,5\text{ cm}$; $b = 7,4\text{ cm}$ y $c = 5,2\text{ cm}$



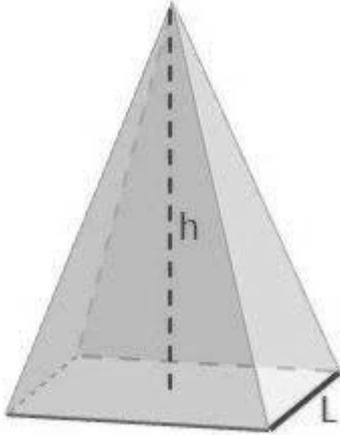
3. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que el lado de la base mide 6 m y su altura es de 11 m.



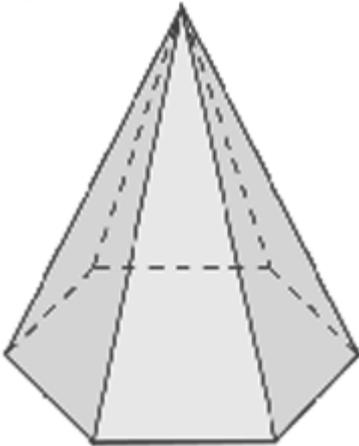
4. Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el lado de la base mide 12 m y su altura es de 25 m.



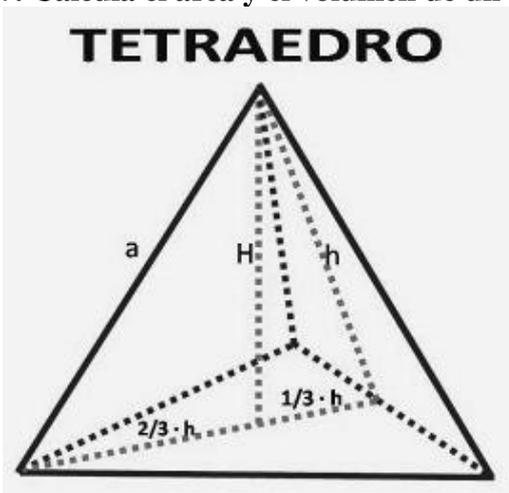
5. Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 7 m de lado y su altura mide 15 m.



6. Calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal cuya base tiene un lado de 8 m y cuya altura es de 23 m

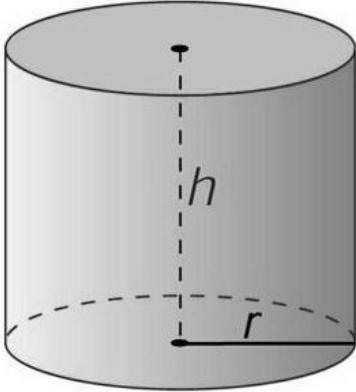


7. Calcula el área y el volumen de un tetraedro de 7 cm de arista.



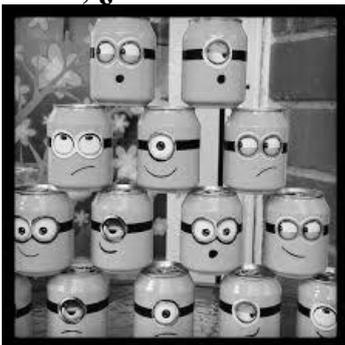
CUERPOS DE REVOLUCIÓN

1. Calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base mide 7,5 m de radio y cuya altura es el doble del radio de la base. Tómesese $\pi \cong 3,14$

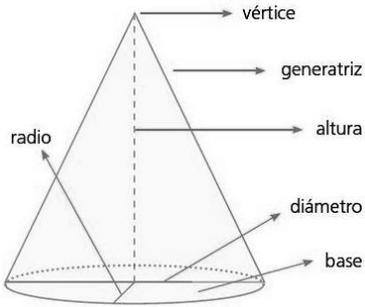


2. Halla el área y el volumen de un cilindro recto de 6 cm de diámetro de la base y altura también 6 cm. Tómesese $\pi \cong 3,14$

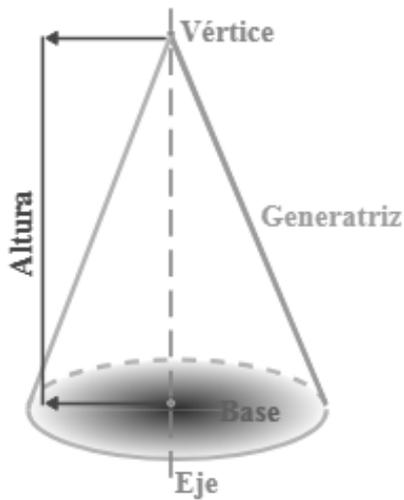
3. Una lata de refresco tiene forma cilíndrica y contiene 33 cl de líquido. Si mide 15,5 cm de altura, ¿cuál es el diámetro de la base?



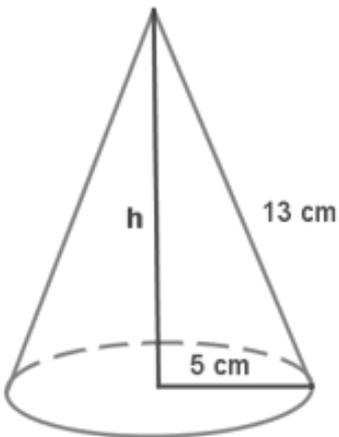
4. Halla el área y el volumen de un cono de 6 cm de diámetro de la base y la altura también de 6 cm. Tómesese $\pi \cong 3,14$



5. La altura de un cono es triple que el radio de la base. Halla el radio de la base y dicha altura si se sabe que el volumen es de 55 cm^3



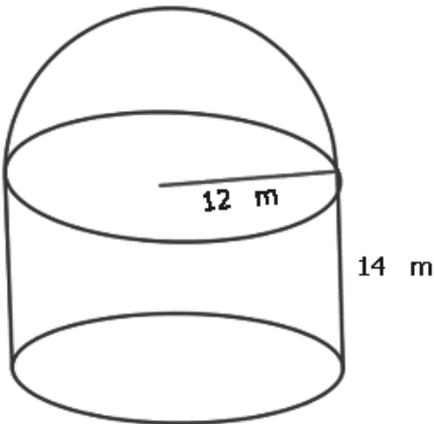
6. Calcula el área lateral, total y el volumen de un cono cuya generatriz mide 13 cm y el radio de la base es de 5 cm.



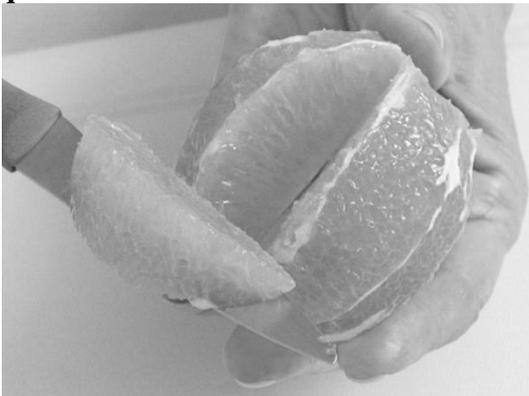
7. En un parque de la ciudad se ha construido un monumento con forma de esfera. Indica el volumen y el área de esta esfera de 70 dm de diámetro, redondeando a dos cifras decimales.



8. Calcula el área y el volumen de un silo que tiene las siguientes medidas:

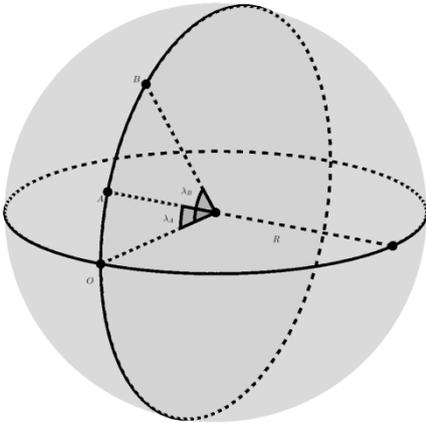


9. De forma aproximada se puede decir que una naranja es una esfera. Aixa se come 7 de los 12 gajos de una naranja de 10 cm de diámetro. ¿Qué volumen ocupaba la cantidad de naranja que se ha comido Aixa?

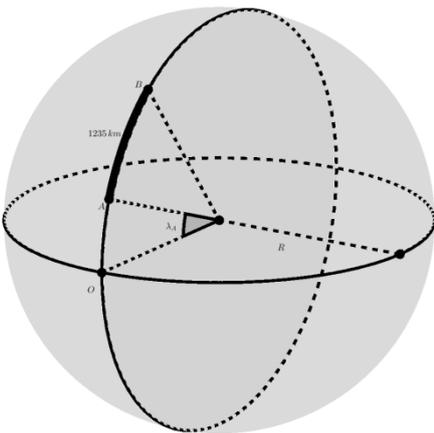


EL GLOBO TERRÁQUEO. COORDENADAS GEOGRÁFICAS

1. Dos ciudades A y B se encuentran en el mismo meridiano y tienen latitudes $\lambda_A = 25,25^\circ N$ y $\lambda_B = 48,63^\circ N$, respectivamente. Sabiendo que la longitud del radio de la Tierra es $R = 6378 \text{ km}$, ¿cuál es la distancia entre ambas ciudades?

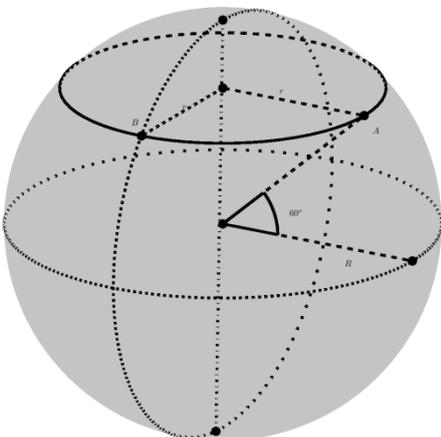


2. Dos ciudades A y B se encuentran en el mismo meridiano y las separa una distancia de 1235 km. Si la ciudad A se encuentra en una latitud $\lambda_A = 55,23^\circ N$, y la Tierra se considera una esfera de radio $R = 6378 \text{ km}$, ¿cuál es la latitud de la ciudad B?



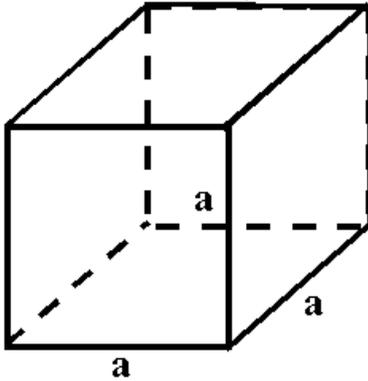
3. Las coordenadas de la ciudad A son $60^\circ N 35^\circ O$. Las coordenadas de la ciudad B son $60^\circ N 35^\circ O$. ¿Qué distancia hay que recorrer a lo largo del paralelo 60 N para llegar de una a otra?

Pista: en la figura, el radio r mide la mitad que el radio $R = 6378 \text{ km}$

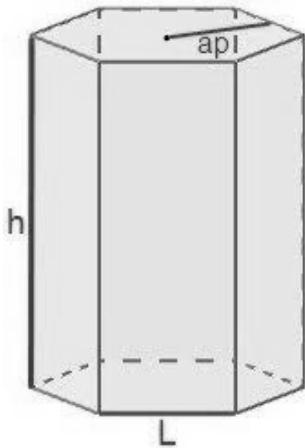


ACTIVIDADES DE RESUMEN

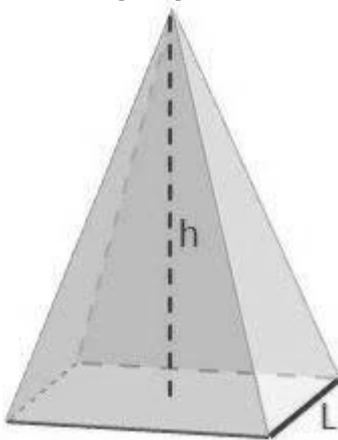
1. Calcula el área y el volumen de un cubo de arista $a = 5\text{ m}$



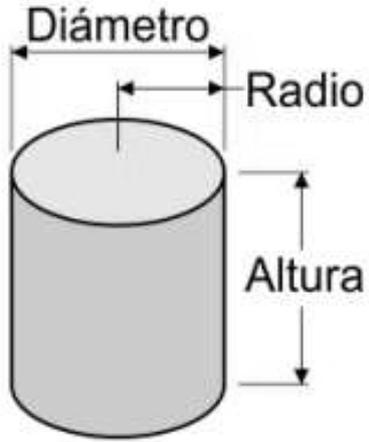
2. Calcula el área total y el volumen de un prisma hexagonal en el que las aristas de la base miden 6 m y cuya altura es de 15 m.



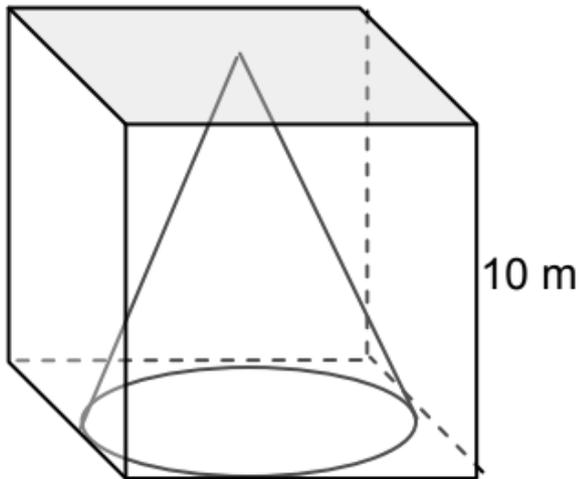
3. Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular en la que la arista de la base mide 5 m y cuya altura es de 9 m.



4. Calcula la altura que ha de tener un bote de refresco cilíndrico de 330 ml, sabiendo que el diámetro de la base es de 6 cm. Tómesese $\pi = 3,14$

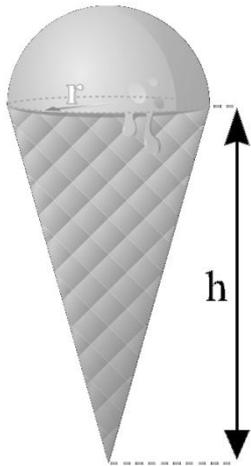


5. Hallar el volumen comprendido en el cubo y el cono de la siguiente figura:



PROBLEMAS

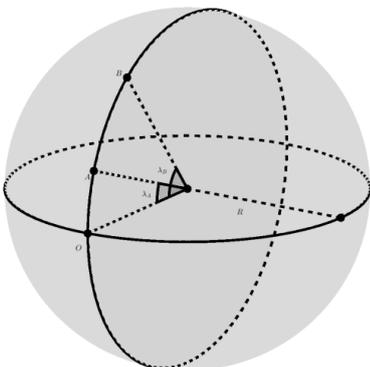
1. Calcula el volumen de un helado con forma de cono, que llena el interior del cono y del que sobresale una semiesfera en la parte superior. El radio del cono mide 2,5 cm y la altura es de 15 cm. Tómesese $\pi = 3,14$



2. Se quiere barnizar el exterior de un cofre de madera como el de la figura que está formado por una caja en forma de prisma de base rectangular y su tapa tiene forma de cilindro seccionado por su mitad mediante un plano perpendicular a la base. Sabiendo que la caja mide 20 cm de ancho, 10 cm de fondo y 10 cm de alto. Calcula la superficie que se debe barnizar y el volumen que tiene.



3. Las coordenadas geográficas de la Ciudad de Melilla son, aproximadamente $35^\circ N 0^\circ O$. Las coordenadas de la localidad inglesa de Greenwich que le da nombre al famoso meridiano son $51,5^\circ N 0^\circ O$. Calcula la distancia mínima entre ambas ciudades recorrida a lo largo de la superficie terrestre, sabiendo que su radio es $R = 6378 \text{ km}$





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 10:
SUCESIONES**

NOMBRE Y APELLIDOS:

SUCESIONES

1. Las siguientes listas ordenadas son sucesiones:

$$a = 1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$b = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

$$c = 2, 4, 8, 16, \dots$$

Escribe el valor de:

$$b_3 =$$

$$a_5 =$$

$$c_2 =$$

$$a_1 =$$

$$c_4 =$$

$$a_3 =$$

$$b_4 =$$

$$a_4 =$$

2. Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones formadas por:

a) Los números primos:

b) Los múltiplos de 3:

c) Los números impares:

d) Los múltiplos de 5:

3. Halla los seis primeros términos de las sucesiones cuyos términos generales son:

$$a_n = \frac{n+3}{n}$$

$$b_n = \frac{n^2-1}{2n}$$

$$c_n = \frac{3n+1}{3n-1}$$

4. Averigua cuáles son los siguientes tres términos de cada una de las siguientes sucesiones:

a) 6, 8, 10, 12, ...

b) 3, 6, 9, 12, ...

c) 3, 9, 27, 81, ...

d) 1, -1, 1, -1, 1, ...

e) 2, -4, 8, -16, ...

f) -5, -10, -15, -20, ...

g) -6, -3, 0, 3, 6, ...

h) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$

5. Escribe los términos que faltan en las siguientes sucesiones:

a) 5, 25, _____, 625, ...

b) _____, 8, 12, 16, ...

6. Halla los términos generales de las siguientes sucesiones:

a) 1, 3, 5, 7, 9, ... $a_n =$

b) 6, 8, 10, 12, 14, ...

$b_n =$

c) 1, 2, 2², 2³, 2⁴, ... $c_n =$

d) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$

$d_n =$

7. Si el término a_3 de una sucesión es 20, halla los cinco primeros términos de dicha sucesión si la ley de recurrencia de dicha sucesión viene dada por:

$$a_n = a_{n-1} + 5$$

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

1. Determina si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o no.

a) $2, 4, 6, 8, 16, \dots$

b) $1, 3, 5, 7, 9, \dots$

c) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

2. Escribe los cinco primeros términos de las progresiones aritméticas tales que:

a) $a_1 = 3$ y $d = -2$

b) $b_1 = 0$ y $d = 3$

c) $c_1 = 1$ y $d = \frac{1}{2}$

3. Calcula los cinco primeros términos y di si es una progresión aritmética o no, la sucesión de término general:

$$a_n = 2n + 3$$

4. Calcula el término general de las siguientes progresiones aritméticas y, con él, calcula el término a_{10} de cada una de ellas:

a) $10, 8, 6, 4, \dots$

b) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots$

c) $-9, -2, 5, 12, \dots$

5. Calcula la diferencia de unas progresiones aritméticas de las que se sabe que:

a) $a_1 = -2$ y $a_{10} = -38$

b) $a_1 = 4$ y $a_{20} = 137$

6. Calcula:

a) El lugar que ocupa el número 67 en una progresión aritmética en la que $a_1 = 4$ y $a_2 = 11$

b) El lugar que ocupa el número 9 en una progresión aritmética en la que $b_1 = 1$ y $b_2 = \frac{5}{3}$

SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN ARITMÉTICA

1. Calcula:

a) La suma de los 20 primeros términos de la progresión dada por:

$$a_n = -3 + 7n$$

b) La suma de los 15 primeros términos de la progresión dada por:

$$b_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}n$$

c) La suma de los 100 primeros términos de la progresión dada por:

$$c_n = 1 + \frac{1}{2}n$$

d) La suma de los 20 primeros términos de la progresión dada por:

$$2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

e) La suma de los 25 primeros términos de la progresión dada por:

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

f) La suma de los primeros 100 términos de la progresión dada por:

$$\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \frac{10}{3}, \frac{13}{3}, \dots$$

g) La suma de los 1000 primeros números naturales:

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

1. Determina si las siguientes sucesiones son progresiones geométricas o no:

a) 3, 9, 27, 81, ...

b) 1, 3, 5, 7, 9, ...

c) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

2. Escribe los cinco primeros términos de las progresiones geométricas tales que:

a) $a_1 = 3$ y $r = -2$

b) $b_1 = 1$ y $r = 3$

c) $c_1 = \frac{1}{2}$ y $r = \frac{1}{2}$

3. Calcula los cinco primeros términos y di si es una progresión geométrica o no, la sucesión de término general:

$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

4. Calcula el término general de una progresión geométrica y escribe los cinco primeros términos si:

a) El primer término es $a_1 = 3$ y la razón es $r = 4$

b) El primer término es $b_1 = \frac{1}{2}$ y la razón es $r = \frac{1}{3}$

c) El primer término es $c_1 = 7$ y la razón es $r = -3$

5. Calcula el término general de las siguientes progresiones geométricas y, con él, calcula el término a_{10} de cada una de ellas:

a) -3, -9, -27, -81, ...

b) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

c) $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

6. El tercer término de una progresión geométrica es $a_3 = 12$ y la razón es $r = 2$. Calcula el primer término de la progresión:

7. El cuarto término de una progresión geométrica es $a_4 = 24$ y el primero es $a_1 = 3$. Calcula la razón de dicha progresión:

SUMA DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

1. Calcula:

a) La suma de los 10 primeros términos de la progresión dada por:

$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

b) La suma de los 5 primeros términos de la progresión dada por:

$$b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

c) La suma de los 5 primeros términos de la progresión dada por:

$$c_n = \frac{1}{5} \cdot 2^n$$

d) La suma de los 6 primeros términos de la progresión dada por:

$$4, 8, 16, 32, 64, 128 \dots$$

e) La suma de los 7 primeros términos de la progresión dada por:

$$81, 27, 9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9} \dots$$

f) La suma de los primeros 4 términos de la progresión dada por:

$$\frac{15}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{20}, \frac{3}{100}, \frac{3}{500}, \dots$$

g) La suma de los 20 primeras potencias de 2, las 10 primeras potencias de 3 y las 5 primeras potencias de 5

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Encuentra el término el término general de las progresiones siguientes:

a) 7, 11, 15, ...

b) 3, -12, 48, ...

2. Calcula la suma de los 25 primeros términos de la progresión cuyo término general es:

$$a_n = 4n - 3$$

3. Halla la diferencia y el primer término de una progresión aritmética en la que el quinto término vale 24, y el octavo 36.

4. Halla la razón y el primer término de una progresión geométrica en la que el segundo término vale 6 y el quinto vale 162.

5. Calcula la suma de los infinitos términos de la progresión dada por $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$

6. Hallar el volumen comprendido en el cubo y el cono de la siguiente figura:

PROBLEMAS

1. Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética. Calcula su longitud sabiendo que el menor mide 12 cm.

2. En un hexágono no regular el lado menor mide 3 cm y las longitudes de los demás lados siguen una progresión aritmética de diferencia $d = 4$. Calcula el perímetro del hexágono.

3. Se ingresan 6000 € en una cuenta bancaria que ofrece un interés simple del 5% anual. Calcula:

a) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante un año.

b) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante dos años.

c) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante tres años.

d) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante cuatro años.

e) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante cinco años.

f) Escribe en forma de lista los resultados de los apartados anteriores. ¿Qué relación hay entre ellos?

4. Se ingresan 6000 € en una cuenta bancaria que ofrece un interés compuesto del 5% anual.

Calcula:

a) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante un año.

b) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante dos años.

c) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante tres años.

d) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante cuatro años.

e) Los intereses generados si se mantiene la inversión durante cinco años.

f) Escribe en forma de lista los resultados de los apartados anteriores. ¿Qué relación hay entre ellos?



I.E.S. ENRIQUE NIETO

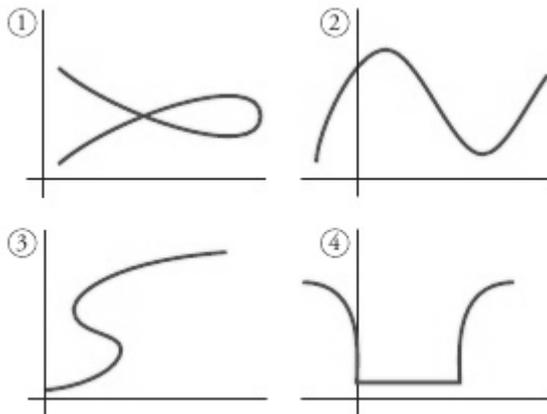
**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 11:
FUNCIONES**

NOMBRE Y APELLIDOS:

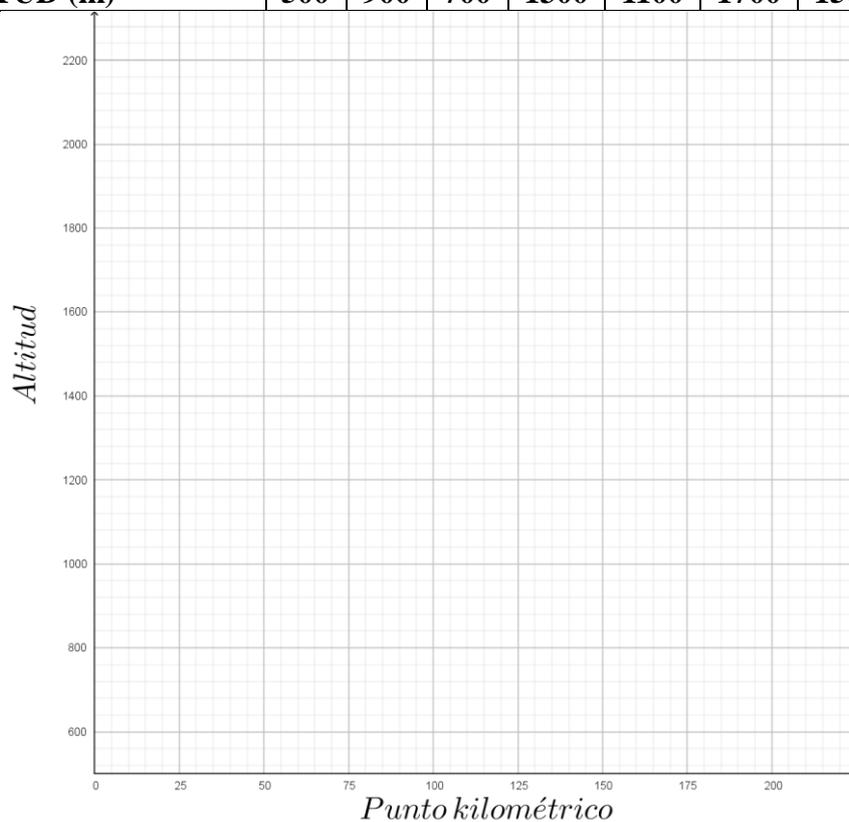
CORRESPONDENCIAS Y FUNCIONES

1. ¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una función y cuáles no? Explica por qué

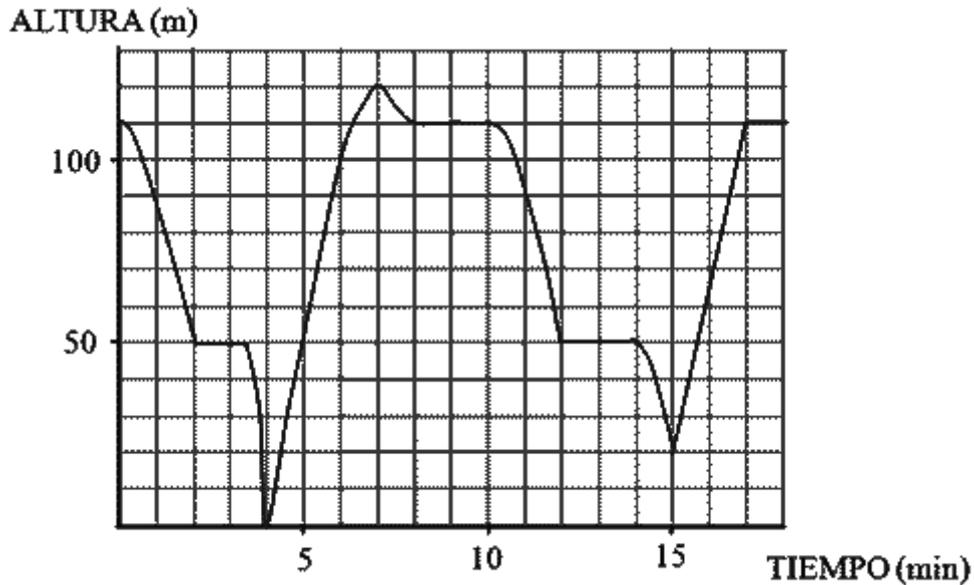


2. Representa la gráfica de la función asociada a la siguiente tabla en la que se recoge el perfil de una etapa de una vuelta ciclista. Une los puntos mediante segmentos rectos:

PUNTO KILOMÉTRICO (P.K.)	0	25	50	75	100	125	150	175	200
ALTITUD (m)	500	900	700	1300	1100	1700	1500	2100	1900



3. Un equipo de naturalistas ha observado un águila: “Sale del nido, caza un conejo, vuelve al nido, vuelve a salir, caza una paloma y, de nuevo vuelve al nido” y hacen la siguiente gráfica:



Obsérvala atentamente y responde:

a) ¿Cuáles son las variables que intervienen? ¿Cuál es la independiente? ¿Y la dependiente?

b) ¿Cuál es el dominio y el recorrido?

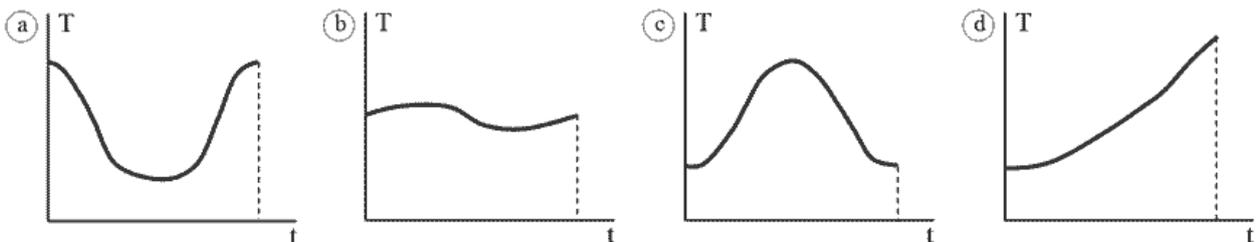
c) ¿A qué altura está el nido?

d) ¿A qué altura estaba el águila a los seis minutos de empezar la observación?

e) ¿En qué instante caza al conejo? ¿Y a la paloma?

f) Desde que caza la paloma, ¿cuánto tarda en subir al nido? Calcula la velocidad de subida en metros por minuto.

4. Las siguientes cuatro gráficas representan la temperatura máxima diaria (T) de cuatro ciudades distintas, a lo largo del tiempo (t) a lo largo de un año:



A la vista de las cuatro gráficas. ¿En cuál de estas cuatro ciudades oscila la temperatura en menor medida? Uno de los cuatro gráficos es absurdo. Di cuál crees que es y por qué.

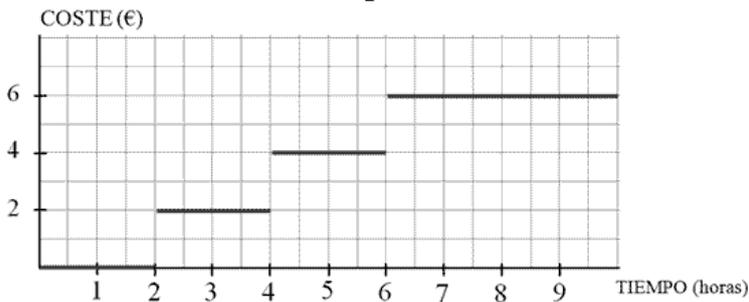
CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES. CONTINUIDAD, SIMETRÍA, PERIODICIDAD, CRECIMIENTO, DECRECIMIENTO, MÁXIMOS Y MÍNIMOS

1. La siguiente gráfica nos muestra el número de accidentes de tráfico producidos en los últimos años en una cierta población:



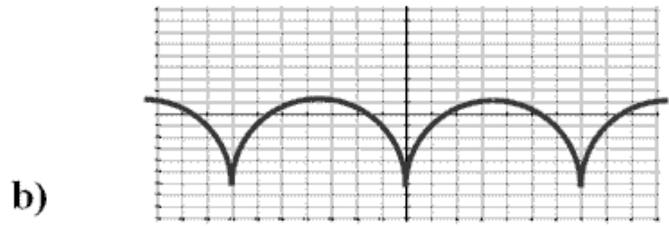
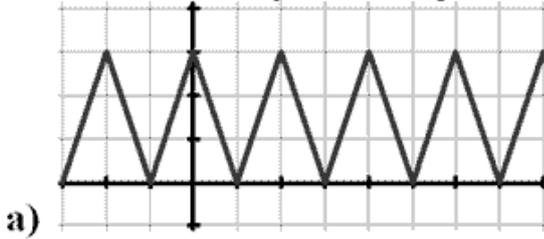
- ¿En qué año se produjo el número mayor de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
- ¿En qué año se produjo el menor número de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
- Estudia el crecimiento y el decrecimiento del número de accidentes durante los años reflejados en la gráfica.

2. La siguiente gráfica muestra las tarifas del aparcamiento de un centro comercial:

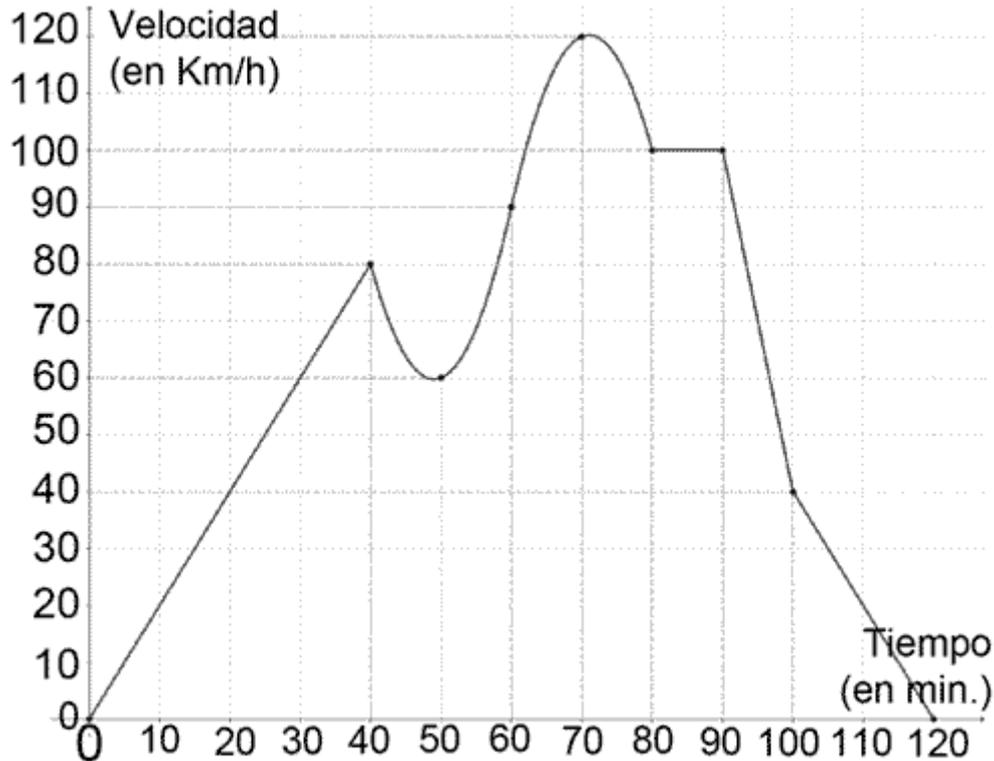


- ¿Cuál es el dominio? ¿Y el recorrido?
- ¿Cuánto pagamos si estamos una hora? ¿Y si estamos 2 horas? Y si estamos 8 horas?
- ¿Es una función continua?

4. Analiza si las gráficas siguientes son periódicas y, en caso afirmativo, calcula el periodo:



5. Durante un viaje, la velocidad de coche varía dependiendo del tipo de carretera, de las condiciones en que se encuentra, el tiempo meteorológico... La siguiente gráfica refleja la velocidad de un vehículo en cada instante del trayecto que ha seguido.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?

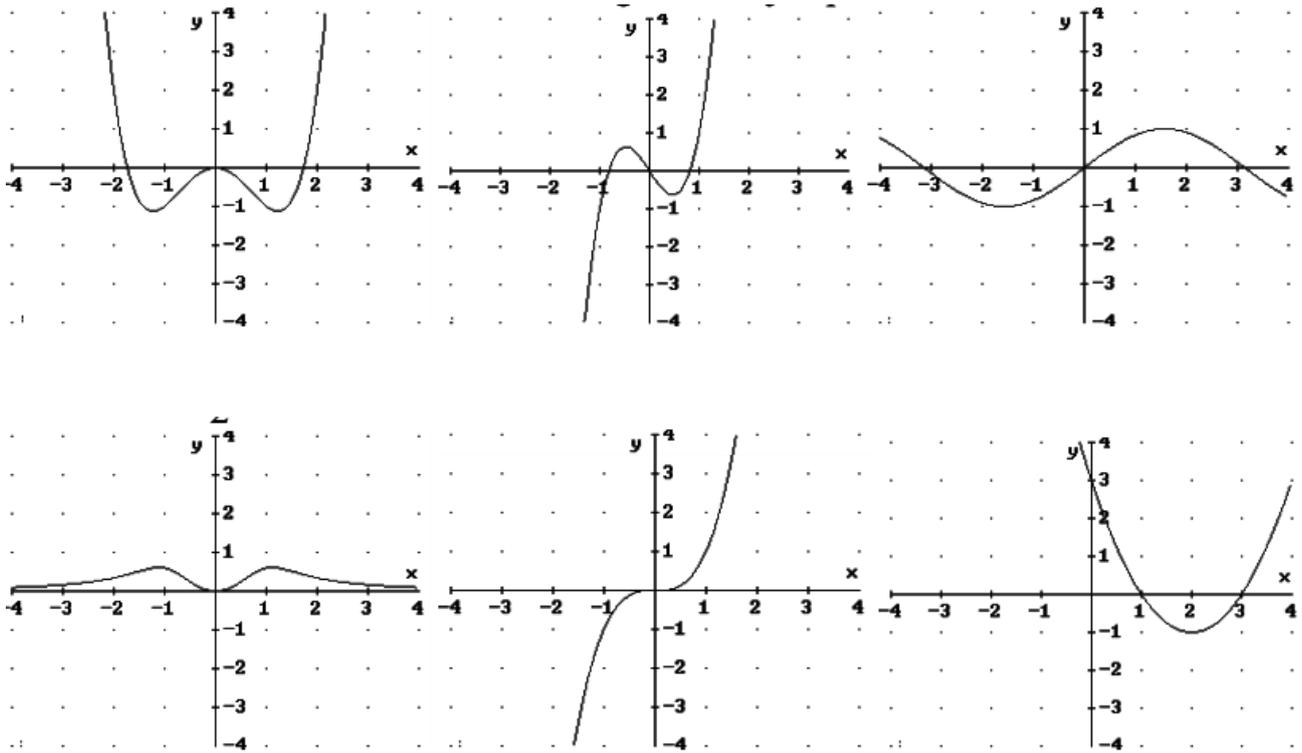
b) A qué velocidad iba cuando llevaba una hora de viaje? ¿En qué momentos iba a una velocidad de 40 km/h?

c) Indica los intervalos en los que la velocidad ha aumentado y disminuido. ¿Ha sido constante en algún momento? ¿Cuándo? ¿Durante cuánto tiempo?

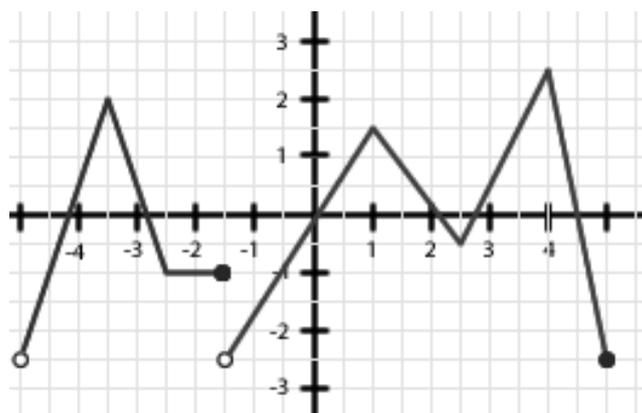
d) ¿Cuál ha sido la velocidad máxima alcanzada a lo largo de todo el viaje? ¿En qué momento se alcanzó?

e) ¿Cuál ha sido la velocidad mínimo alcanzada a lo largo de todo el viaje? ¿Cuándo se alcanzó?

6. Analiza la simetría de las siguientes gráficas:



7. ¿Es continua o discontinua? Indica, en su caso, los puntos de discontinuidad, el dominio, el recorrido, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos.



ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. De las funciones a las que se refieren los siguientes enunciados, indica cuál es la variable independiente y la variable dependiente:

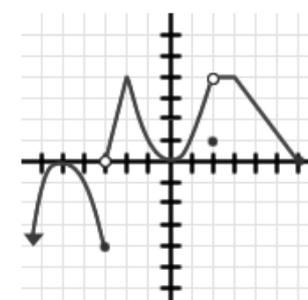
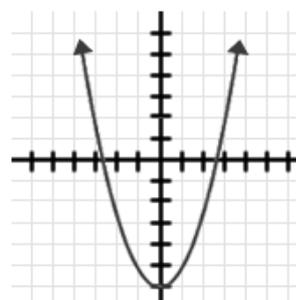
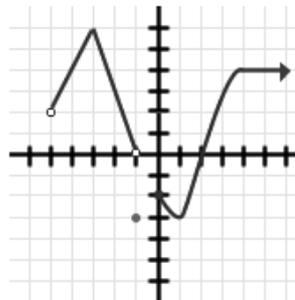
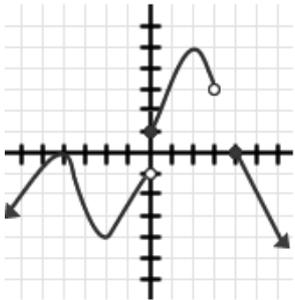
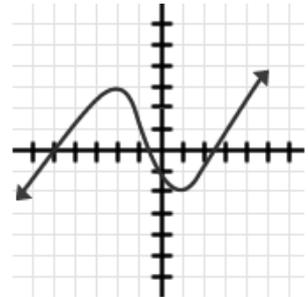
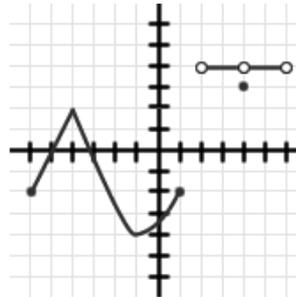
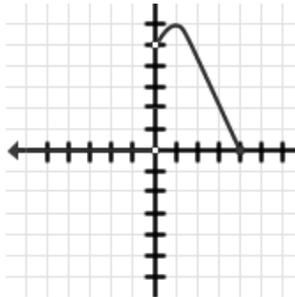
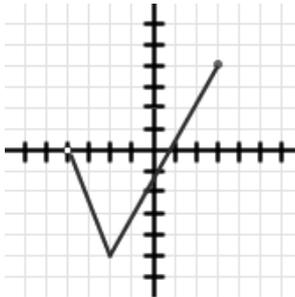
a) La electricidad consumida y el importe del recibo a pagar.

b) La superficie de un cuadrado y la longitud del lado de dicho cuadrado.

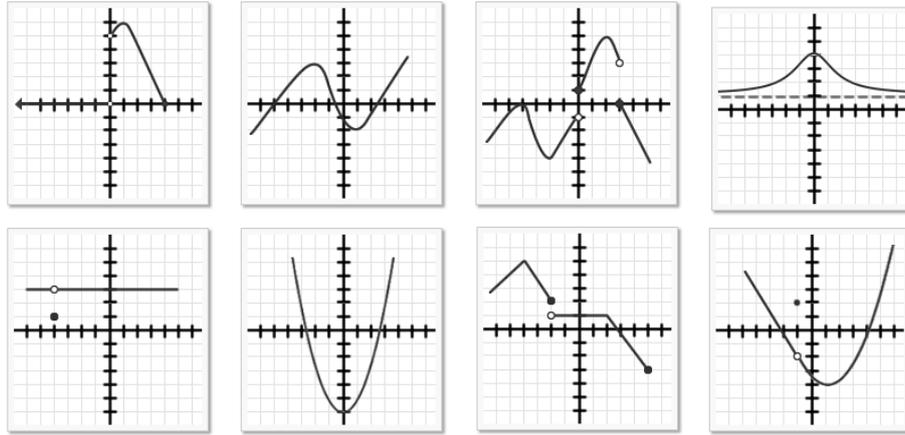
c) La velocidad a la que circula y el espacio recorrido.

d) El importe a pagar y el número de litros de gasolina surtidos en una gasolinera.

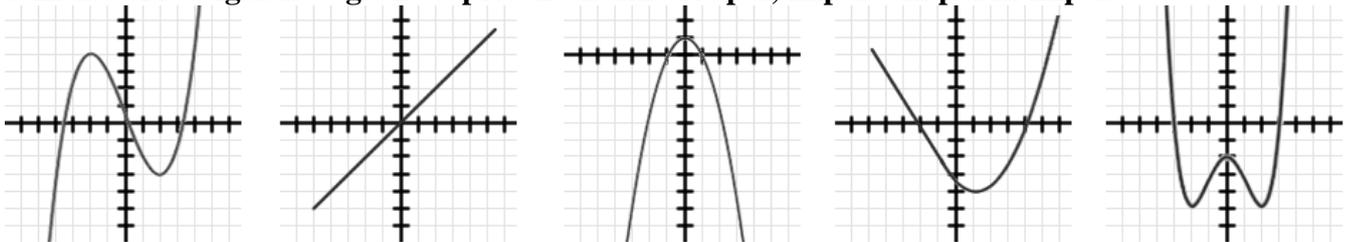
2. Indica el dominio y el recorrido de cada una de las funciones a las que corresponden estas gráficas:



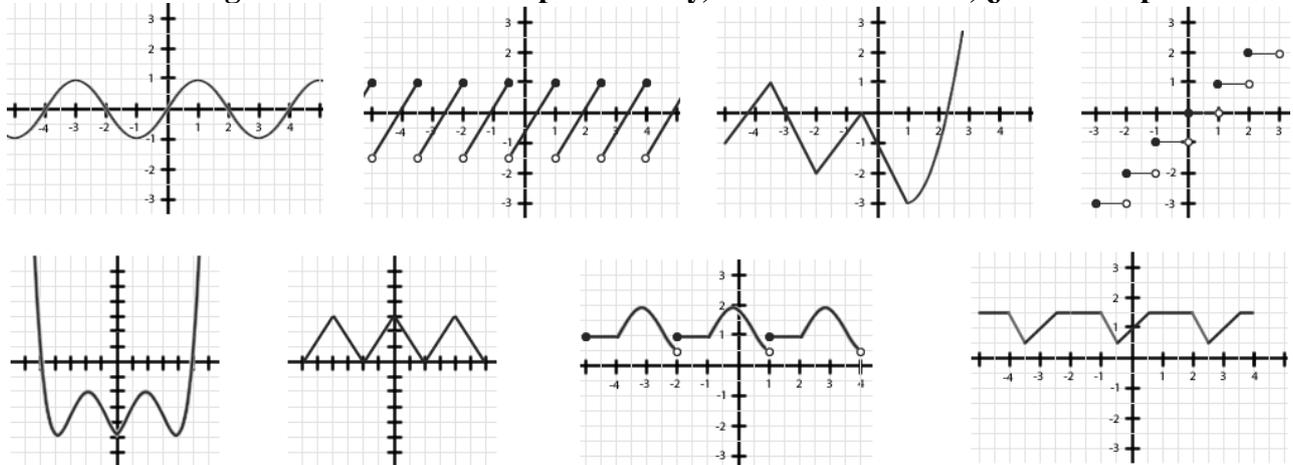
3. Indica si las siguientes gráficas son continuas o discontinuas y, en su caso, los puntos de discontinuidad



4. Indica si las siguientes gráficas presentan simetría par, impar o ni par ni impar.



5. Indica si las siguientes funciones son periódicas y, en caso afirmativo, ¿cuál es su periodo?





I.E.S. ENRIQUE NIETO

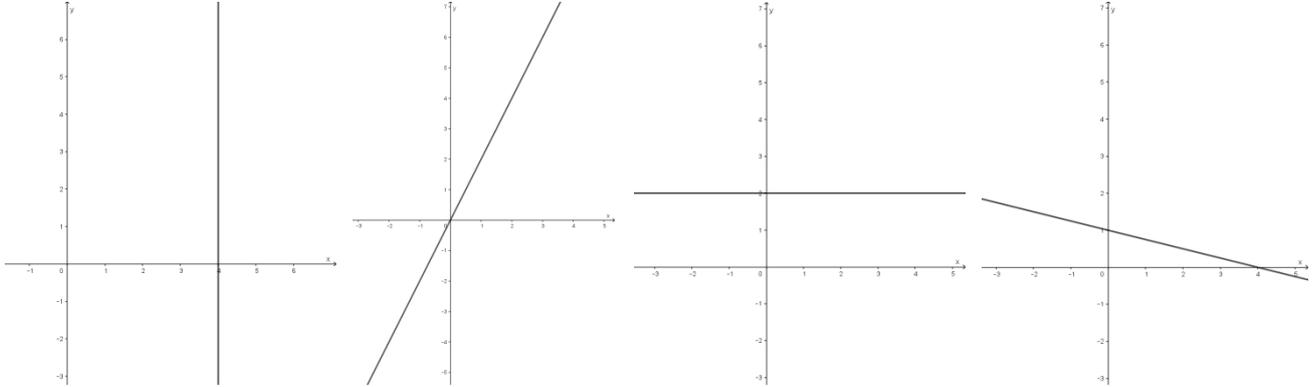
**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 12:
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS**

NOMBRE Y APELLIDOS:

FUNCIONES LINEALES

1. Clasifica cada una de las siguientes gráficas como función lineal, afín, constante o no es función. Si es función, determina si es creciente, decreciente o constante.



2. El eje de abscisas, eje x , y el eje de ordenadas, eje y , son rectas. ¿Qué expresión analítica corresponde a cada una?

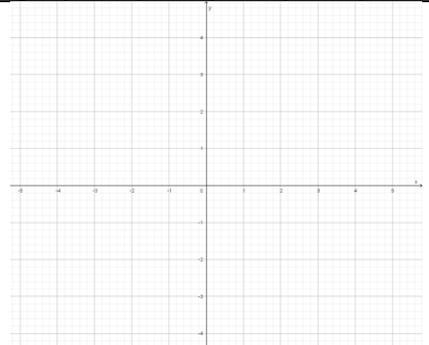
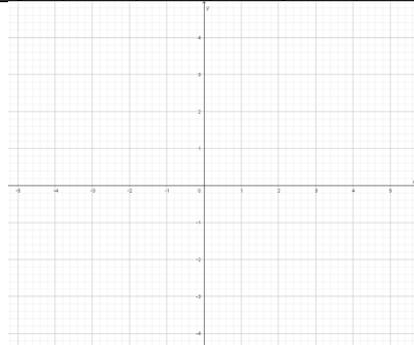
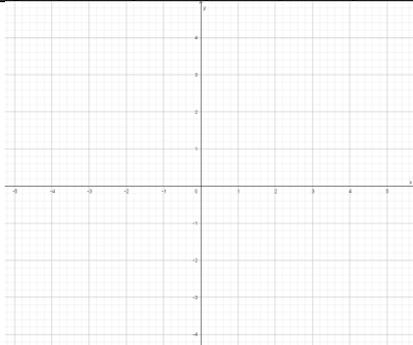
3. Completa la tabla de valores y, a continuación, representa y clasifica la gráfica de cada una de las siguientes funciones:

a) $y = 2$

b) $y = 2x$

c) $y = x + 2$

x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2
y						y						y					



4. A partir de las siguientes tablas de valores, escribe la correspondiente expresión analítica y determina si se trata, en cada caso, de una función constante, lineal o afín.

a)						b)						c)					
x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2
y	-1	-0,5	0	0,5	1	y	1	1	1	1	1	y	3	2	1	0	-1

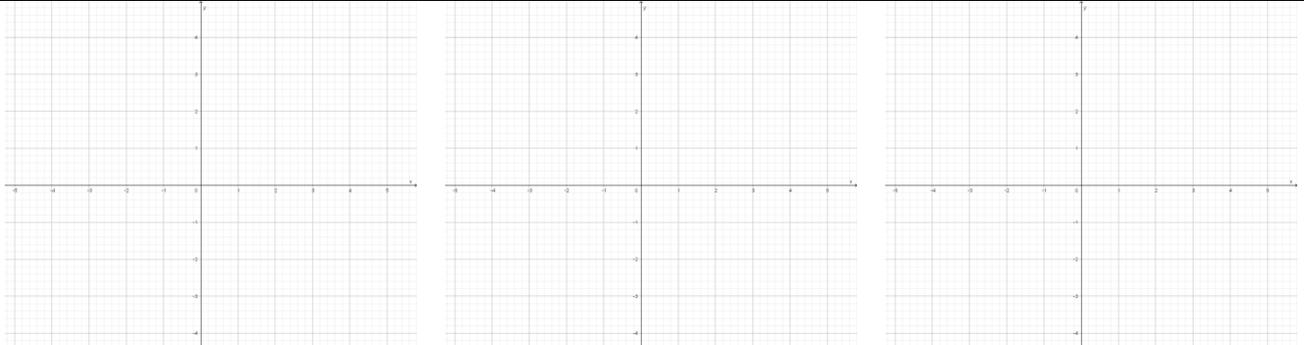
5. Dibuja las gráficas de las siguientes funciones afines. Para ello, construye previamente las tablas de valores correspondientes:

a) $y = 2x + 3$

b) $y = -x + 2$

c) $y = \frac{1}{2}x - 3$

a)						b)						c)					
x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2	x	-2	-1	0	1	2
y						y						y					



ECUACIONES DE LA RECTA

1. Expresa en forma de ecuación de la recta que pasa por dos puntos, una recta que pasa por los puntos de coordenadas: $A(2, -1)$ y $B(1, 3)$

2. Expresa la recta anterior en la forma que se pide:

a) En forma punto – pendiente.

b) En forma explícita.

c) En forma general o implícita.

3. Halla la pendiente de cada una de las siguientes rectas:

a) $3x + 2y - 5 = 0$

b) Recta que pasa por los puntos $P(3, 2)$ y $Q(2, 4)$

4. Halla la ecuación general o implícita de cada una de las siguientes rectas:

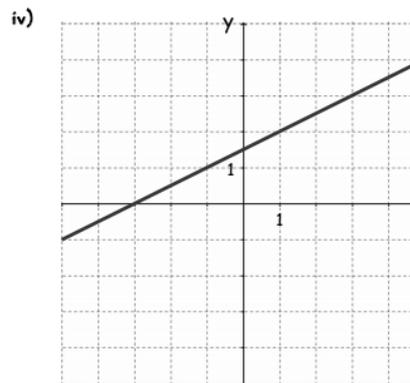
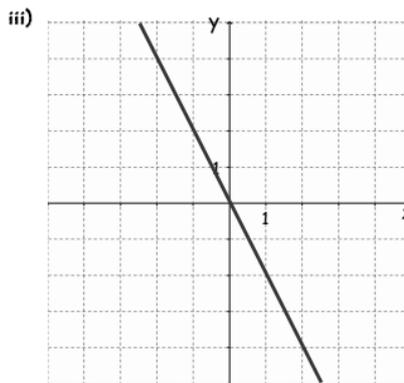
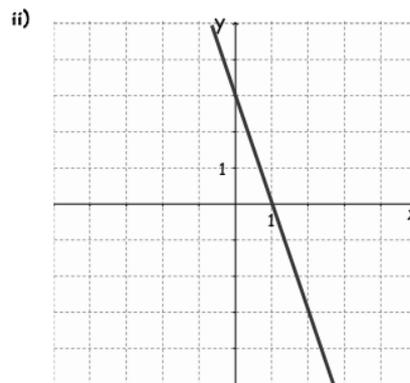
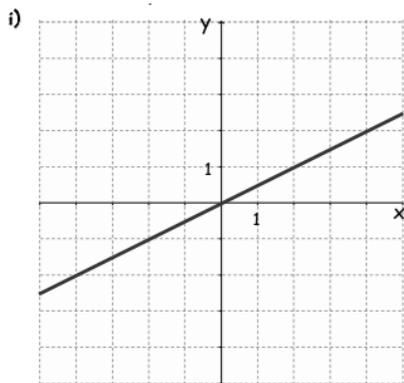
a) Recta horizontal que pasa por el punto de coordenadas $P(3, -1)$

b) Recta de pendiente $m = 2$ que pasa por el punto $P(2, -3)$

c) Recta que pasa por el punto $P(2, 1)$ de ordenada en el origen $n = 4$

d) Recta de ecuación explícita $y = 4x + 1$

5. Obtenga la pendiente de las siguientes rectas. Posteriormente, obtenga su ecuación explícita.



POSICIONES RELATIVAS DE LA RECTA

1. Estudia si los siguientes pares de rectas son secantes o paralelas. Calcula el punto de corte en aquellas que sean secantes.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ -4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 4y = 7 \\ -3x + 6y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -6x - 3y = 9 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

2. Calcula el parámetro k para que las rectas siguientes sean paralelas:

$$\begin{aligned} y &= 3x + 1 \\ 2x + ky - 5 &= 0 \end{aligned}$$

3. Dadas las rectas, calcula la pendiente de cada recta e indica si son paralelas o secantes.

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ 2x + 4y - 8 &= 0 \end{aligned}$$

APLICACIONES DE LAS FUNCIONES LINEALES

1. Un técnico de lavadoras cobra 25 € por acudir a un domicilio y 30 € por hora de trabajo. Halla la función que calcula el coste de una reparación en función del tiempo de trabajo empleado. Especifica cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente, represéntala gráficamente e indica si es creciente o decreciente.

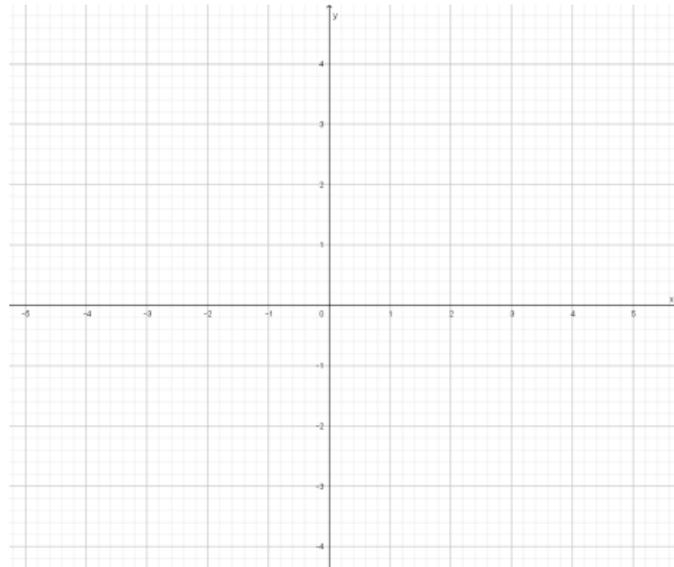


2. Un parque temático tiene una tarifa única de 20 € que da derecho a disfrutar de una serie de atracciones durante todo el día. Hallar la función que exprese el importe total en función del tiempo de permanencia en el parque a lo largo del día. Representarla gráficamente, indica cuál es la variable independiente, la variable dependiente e indica si se trata de una función lineal, afín o constante.



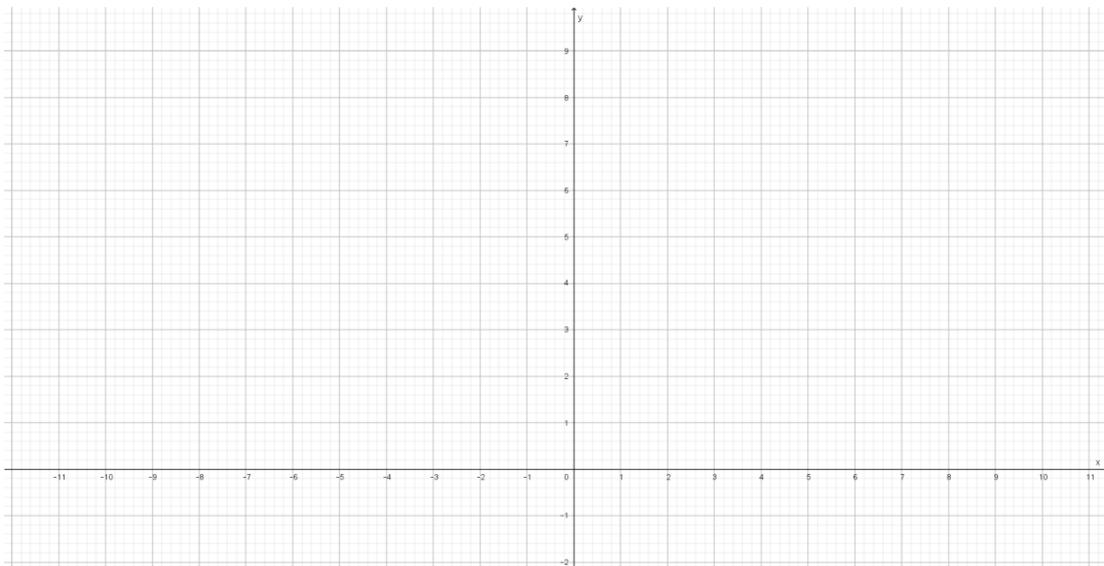
FUNCIONES CUADRÁTICAS ESTUDIO ANALÍTICO DE LA PARÁBOLA

1. Dada la función cuadrática $y = x^2 - 4x + 1$. Halla las coordenadas del vértice y construye una tabla de valores, dando a x cinco valores consecutivos enteros, siendo el valor central la abscisa del vértice. Después representala gráficamente.

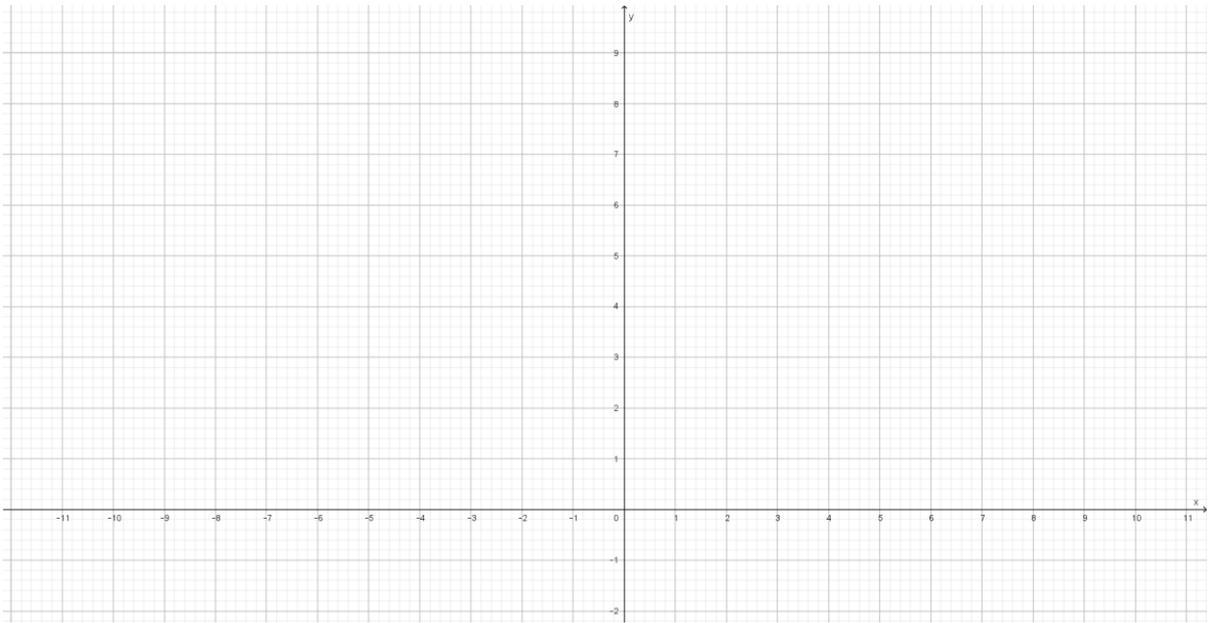


2. Halla los vértices, haz una tabla de valores y representa gráficamente cada una de las parábolas siguientes:

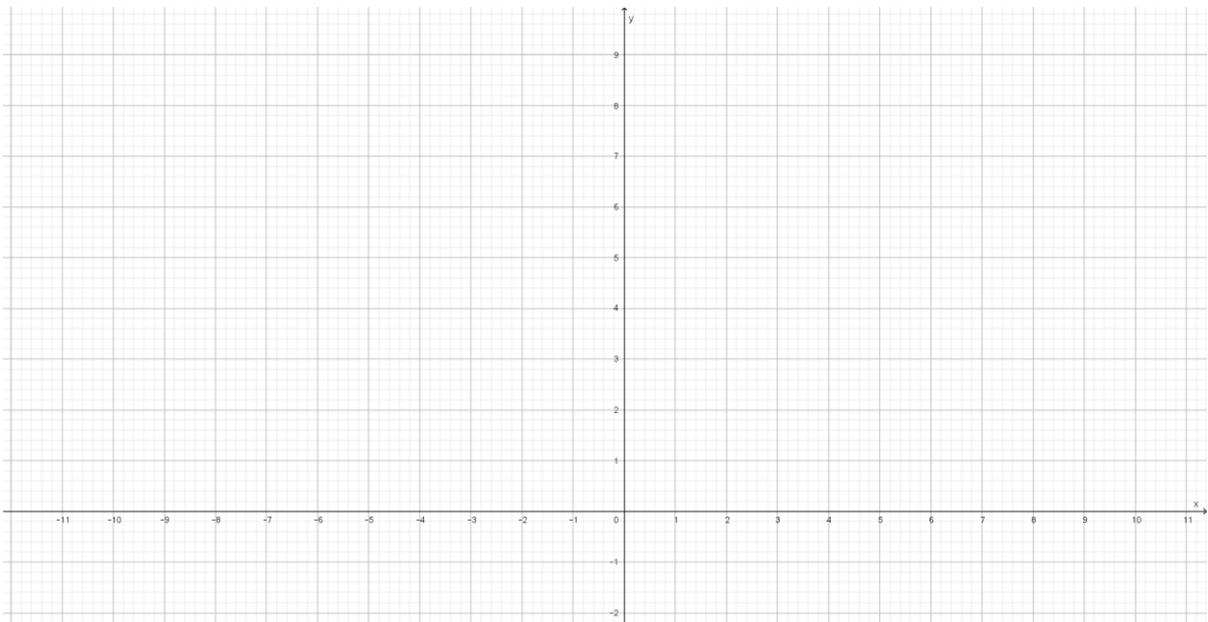
a) $y = x^2 - 2x + 3$



b) $y = -x^2 - 2x + 3$



c) $y = 2x^2 + 4x + 1$



ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Halla la pendiente de las siguientes funciones lineales y di si son crecientes o decrecientes:

a) $y = 2x$

b) $y = -3x$

c) $y = -x$

d) $y = \frac{x}{2}$

2. Halla la ecuación de la siguiente función definida por la tabla de valores y clasificala:

x	1	-2	5	-10
y	-0,5	1	-2,5	5

3. Halla la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones afines y di cuál es creciente y cuál es decreciente:

a) $y = -3x + 2$

b) $y = \frac{x}{3} - 2$

c) $y = \frac{5x}{4} - 3$

d) $y = -\frac{2x}{3} + 1$

4. Halla la ecuación de la recta que cumple:

a) Pasa por el punto $P(4, -5)$ y tiene pendiente $m = -\frac{3}{2}$

b) Pasa por los puntos $A(-2, 5)$ y $B(4, -3)$

5. Halla el eje de simetría, el vértice indicando si es un máximo o un mínimo y representa las siguientes funciones cuadráticas:

a) $y = x^2$

b) $y = x^2 - 1$

c) $y = -x^2 + 6x - 5$

d) $y = 3x^2 + 6x - 1$

e) $y = -2x^2 - 8x - 3$

PROBLEMAS

1. Una casa de alquiler de coches cobra 3 € por cada hora. Otra casa de alquiler cobra una cantidad fija de 10 € más 2 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar en la primera casa o en la segunda.



2. Un vendedor de ordenadores recibe dos ofertas de empleo:

- La primera empresa le ofrece un sueldo mensual de 600 € y 60 € por cada ordenador que venda.
- La segunda empresa le ofrece 500 € más 80 € por cada ordenador que venda.

a) Expresa en cada caso, el salario en función del número de ordenadores que vende.

b) ¿Cuándo le interesa trabajar en la primera empresa? ¿Y en la segunda?

3. Los ingresos y los gastos de una empresa durante los 8 primeros años de su actividad vienen definidos en miles de millones de euros por las siguientes funciones cuadráticas del tiempo, expresado en años:

- Ingresos: $I(t) = -\frac{t^2}{4} + \frac{5t}{2} + 2$

- Gastos: $G(t) = \frac{t^2}{6} - \frac{5t}{2} + \frac{31}{3}$

a) Determina los momentos en los que se produce un equilibrio presupuestario, es decir, se igualan los gastos y los ingresos.

b) ¿Cuándo son máximos los ingresos? ¿Y mínimos los gastos?





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 13:
ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL**

NOMBRE Y APELLIDOS:

TÉRMINOS ESTADÍSTICOS. VARIABLES ESTADÍSTICAS

1. Clasifica las siguientes variables en cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua:

- a) El programa de TV favorito de una persona:
- b) La estatura:
- c) El número de hermanos:
- d) Tu mayor defecto:
- e) El tiempo diario dedicado al estudio:
- f) La cantidad de dispositivos con conexión a Internet de tu casa:

TABLAS DE FRECUENCIAS DE VARIABLES CUALITATIVAS Y CUANTITATIVAS DISCRETAS

1. Se ha realizado un estudio del medio de transporte utilizado por 25 alumnos de un grupo de 3º de la E.S.O. para acudir a clase. 5 vienen andando, 12 vienen en autobús y el resto utilizan otros medios. ¿De qué tipo de variable se trata? Construye la tabla de frecuencias

x_i	f_i
Andando	
En autobús	
Otros medios	
TOTAL	

2. Haz una tabla que incluya todas las frecuencias e indica el tipo de variable que se utiliza en el estudio estadístico que recoge las edades de los alumnos de un grupo de 3º de E.S.O.:

14 14 15 14 15
14 14 14 16 14
15 16 14 14 14
14 15 15 14 14
14 15 16 14 14

x_i	f_i
TOTAL	

3. El número de tornillos defectuosos que se han obtenido por término medio en 25 cajas envasadas en una fábrica ha sido:

3	2	5	3	3	2	1	3	2	2	4	1	1	2	2	3	5	5	5	2	4	1	1	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

a) Clasifica la característica estudiada.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

x_i	f_i	h_i
TOTAL		

4. Se ha preguntado a una muestra de personas sobre el funcionamiento de su ayuntamiento, obteniéndose los siguientes resultados:

RESPUESTA	Muy mal	Mal	Normal	Bien	Muy bien
PERSONAS	8	10	20	8	4

a) Clasifica la característica estudiada.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas, incluyendo las acumuladas.

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
TOTAL				

5. Al analizar las 25 fotos de un periódico hemos encontrado 7 retratos de políticos varones, 2 retratos de políticos mujeres, 3 primeros planos de deportistas y 13 fotos de diversos grupos. Completa la siguiente tabla de frecuencias:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
TOTAL				

TABLAS DE FRECUENCIAS DE DATOS AGRUPADOS

1. Las talla, en centímetros, de los 30 alumnos de una clase son las siguientes:

165	178	181	167	162	173	175	178	180	167
182	171	172	169	185	187	170	165	168	172
166	170	172	174	177	169	170	183	171	164

Agrúpalas en 6 intervalos de 5 cm de amplitud, halla la marca de clase y la frecuencia absoluta de cada uno de los intervalos:

INTERVALO	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA ABSOLUTA

2. Se ha medido la estatura en centímetros de todos los alumnos de un grupo de 3º de E.S.O., obteniéndose los siguientes resultados:

166 162 177 165 173
 160 170 166 166 173
 159 156 172 164 179
 167 168 178 162 167
 174 164 168 166 169

Indica el tipo de variable que se utiliza y haz una tabla de frecuencias eligiendo convenientemente el número de intervalos entre 155 y 180 cm.

ESTATURA	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
TOTAL					

5. Se ha realizado un estudio sobre el peso de un grupo de jóvenes, obteniéndose los siguientes resultados:

PESO (kg)	51,5 – 56,5	56,5 – 61,5	61,5 – 66,5	66,5 – 71,5	71,5 – 76,5	76,5 – 81,5
Nº DE JÓVENES	6	8	10	12	9	5

a) Clasifica la característica estudiada.

b) Completa la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
TOTAL				

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

1. En la siguiente tabla se recogen las cantidades en miles de euros, recaudadas por una administración. Haz la representación gráfica más idónea e interpreta el resultado:

LOTERÍA	PRIMITIVA	BONOLOTO	QUINIELA	ONCE
22	10	2	3	13

2. En la tabla se recoge el número de programas que oferta una televisión semanalmente en distintas categorías. Haz la representación gráfica más idónea e interpreta el resultado.

MAGACÍN	DEPORTES	INFORMATIVOS	FICCIÓN
27	15	30	18

3. Haz la representación gráfica más idónea del número total de revistas de *software* editadas por una empresa en 5 años e interpreta el resultado:

AÑO	2.010	2.011	2.012	2.013	2.014
Nº DE REVISTAS (miles)	20	25	28	30	35

4. Haz la representación gráfica más idónea del tiempo que dedican a estudiar Matemáticas en su casa los alumnos de un grupo de 3º de E.S.O. e interpreta el resultado:

TIEMPO (minutos)	0 – 15	15 – 30	30 – 45	45 – 60	60 – 75
Nº DE ALUMNOS	3	12	9	4	2

PARÁMETROS DE POSICIÓN

1. El número de refrescos que se han consumido de una máquina expendedora durante los últimos 40 días ha sido:

5	8	7	12	7	7	15	12	5	8	8	15	7	8	15	12	7	12	8	7
8	8	15	5	12	8	12	8	12	8	12	8	7	15	5	7	5	8	7	8

Calcula la media aritmética, la moda y los cuartiles e interpreta los resultados.

2. Se ha estudiado el tiempo, en horas, que tarda un antibiótico en hacer efecto sobre un tipo de bacteria, obteniéndose los siguientes resultados:

TIEMPO (horas)	4 – 8	8 – 12	12 – 16	16 – 20	20 – 24	24 – 28	28 – 32
f_i	4	6	12	6	5	3	2

Calcula la moda, la media, el primer cuartil y la mediana para estos datos e interpreta los resultados.

3. Se ha estudiado el tipo de literatura que les gusta a los alumnos de una clase, obteniéndose los siguientes resultados:

TIPO DE LITERATURA	Nº DE PERSONAS
Novela	10
Aventuras	12
Ciencias ficción	8
Poesía	4

Calcula la moda. ¿Se pueden calcular la media y la mediana? ¿Por qué?

4. Se ha medido la cantidad de azúcar, en miligramos, de 40 productos de bollería, obteniéndose los siguientes resultados:

AZÚCAR (mg)	0,5 – 1,5	1,5 – 2,5	2,5 – 3,5	3,5 – 4,5	4,5 – 5,5
Nº DE BOLLOS	6	8	15	6	3

Calcula la moda, la media y la mediana e interpreta los resultados.

5. Halla los cuartiles de las notas de matemáticas de la primera evaluación de un grupo de 25 alumnos de 3º de la E.S.O.:

CALIFICACIÓN	2	3	4	5	6	7	8	9
FRECUENCIA	1	2	4	5	6	1	2	4

PARÁMETROS DE DISPERSIÓN

1. En la tabla adjunta aparecen agrupados en intervalos los minutos que tardan en llegar al colegio desde su casa los 25 alumnos de un grupo de 3º de la E.S.O. Añade las marcas de clase y las columnas necesarias y halla la media, la varianza y la desviación típica.

Nº DE ALUMNOS	0	1	2	3	4	5
Nº DE DÍAS	5	4	8	5	3	1

Calcula el recorrido, la varianza la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

2. Se ha medido la temperatura máxima en una ciudad durante los últimos días, obteniéndose los siguientes resultados:

TEMPERATURA (° C)	8 – 10	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18
Nº DE DÍAS	3	4	9	3	1

3. Las edades de los componentes de una asociación deportiva son las siguientes:

EDAD (años)	COMPONENTES
15 – 19	5
19 – 23	6
23 – 27	10
27 – 31	5
31 – 35	2

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

4. Durante los últimos 26 días, el número de alumnos que ha faltado a clase ha sido:

Nº DE ALUMNOS	0	1	2	3	4	5
Nº DE DÍAS	5	4	8	5	3	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación interpretando los resultados.

5. Durante los últimos 10 años, la cotización en bolsa de dos empresas, A y B, ha sido la siguiente:

EMPRESA A	4,0	4,2	4,0	4,1	4,0	3,9	4,2	4,0	4,0	4,1
EMPRESA B	7,0	7,2	7,0	6,5	7,5	7,0	7,5	6,5	7,2	7,0

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación y analiza en qué empresa puede ser más arriesgado invertir.

6. Analiza las tres series estadísticas, ordénalas de menor a mayor coeficiente de variación e indica si la dispersión es grande o pequeña. (Se considera una dispersión grande si el coeficiente de variación es superior a 0,3)

SERIE A	3	5	6	7	9
SERIE B	2	5	6	8	9
SERIE C	4	5	6	7	8

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Ante la propuesta de un ayuntamiento de pasar un día sin coches, la opinión de los vecinos fue la que se recoge en la siguiente tabla:

OPINIÓN	Muy mala	Mala	Buena	Muy buena
Nº DE VECINOS	15	30	50	25

Haz la representación gráfica más idónea e interpreta el resultado.

2. Se han pesado 30 paquetes de café, obteniéndose los resultados indicados en la tabla:

MASA (g)	190 – 194	194 – 198	198 – 202	202 – 206	206 - 210
Nº DE PAQUETES	3	7	15	20	5

Haz la representación gráfica más idónea e interpreta el resultado.

3. La estatura en centímetros de un grupo de un grupo de alumnos es:

ESTATURA (cm)	140 – 150	150 – 160	160 – 170	170 – 180	180 – 190
Nº DE ALUMNOS	3	7	15	20	5

Calcula la media, la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

4. Se ha realizado un examen en dos clases distintas, obteniéndose los siguientes resultados:

- CLASE A: ($\bar{x} = 5$; $\sigma = 3$)
- CLASE B: ($\bar{x} = 5$; $\sigma = 1,5$)

Di en qué clase se han obtenido 8 sobresalientes y 8 suspensos y en cuál 2 sobresalientes y 1 suspenso.

5. Se han cortado unos trozos de cable cuyas longitudes se han recogido en la siguiente tabla:

LONGITUD (cm)	Nº DE CABLES
1 – 3	4
3 – 5	10
5 – 7	5
7 – 9	4
9 – 11	1

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación interpreta los resultados obtenidos.

6. Calcula la nota media de Ernesto si ha sacado las calificaciones de 8;5;6 y 9 en los distintos exámenes. Sabiendo que las notas de dichos exámenes representan un 40%; 35%; 10% y un 15% de la nota, respectivamente.





I.E.S. ENRIQUE NIETO

**PROGRAMA DE
RECUPERACIÓN DE
ASIGNATURAS PENDIENTES**

**MATEMÁTICAS
3º E.S.O.
CURSO 2.019/2.020
UNIDAD 14:
PROBABILIDAD**

NOMBRE Y APELLIDOS:

EXPERIMENTOS ALEATORIOS

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o aleatorios:

- a) Lanzar una moneda al aire.
- b) Pinchar un globo.
- c) Frenar un coche.
- d) Sacar una carta de una baraja.

2. En el experimento aleatorio de lanzar un dado octaédrico con las caras numeradas del 1 al 8, halla:

- a) El espacio muestral
- b) Los sucesos elementales.
- c) El suceso A formado por obtener múltiplos de 3
- d) El suceso B formado por los números primos.
- e) El suceso \bar{A} , contrario de A
- f) El suceso \bar{B} , contrario de B

3. Escribe el espacio muestral asociado a los siguientes:

- a) Lanzar un dado usual.
- b) Lanzar dos monedas y anotar el número total de caras.
- c) Lanzar tres veces una moneda y anotar la secuencia de los resultados.

SUCESOS. OPERACIONES CON SUCESOS

1. En el experimento aleatorio de lanzar un dado y anotar el resultado se consideran los sucesos:

$$\begin{aligned}A &= \{1, 2, 4\} \\B &= \{1, 3, 5\} \\C &= \{2, 3, 5, 6\} \\D &= \{4, 6\}\end{aligned}$$

Halla los siguientes sucesos:

- a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \cup C$

d) $A \cap C$

e) $B \cap D$

f) $A \cap D$

g) $C \cup D$

h) $C \cap D$

2. Se consideran los sucesos $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{3, 4, 6\}$ en el experimento aleatorio del lanzamiento de un dado. Halla los siguientes sucesos:

a) \bar{A}

b) \bar{B}

c) $\bar{A} \cup \bar{B}$

d) $\bar{A} \cap \bar{B}$

e) $\overline{A \cup B}$

f) $\overline{A \cap B}$

3. Se considera el experimento aleatorio de lanzar una moneda dos veces y anotar la secuencia de resultados. Se pide:

a) El espacio muestral E

b) El suceso A , que consiste en “obtener al menos una cara”

c) El suceso B , que consiste en que “los dos resultados son iguales”

d) $A \cup B$

e) $A \cap B$

f) $\overline{A \cup B}$

EXPERIMENTOS COMPUESTOS. TÉCNICAS DE RECuento

1. Construye una tabla de doble entrada en la que se recojan los distintos sucesos del experimento consistente en lanzar dos dados y anotar la suma de sus resultados:

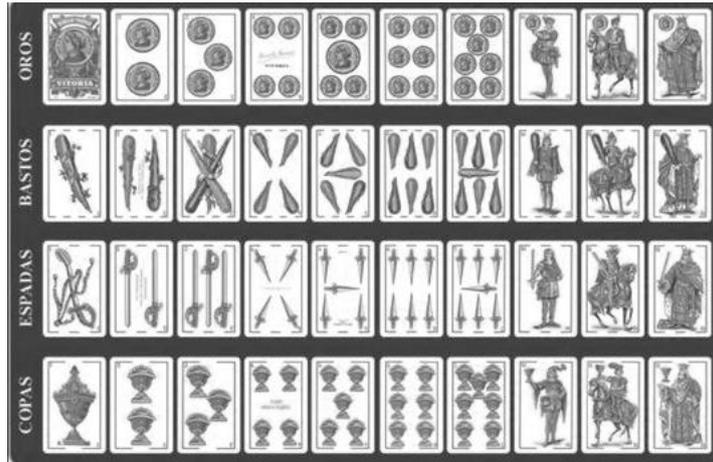
2. Construye un diagrama de árbol en el que se recojan los distintos sucesos del experimento que consiste en lanzar tres monedas al aire.

3. Construye una tabla de doble entrada que refleje los distintos sucesos del experimento aleatorio de lanzar dos monedas al aire.

PROBABILIDAD. REGLA DE LAPLACE

- 1. Calcula la probabilidad de obtener cruz (X), al lanzar al aire una moneda de un euro.**
- 2. Calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que tiene 3 bolas rojas, 5 azules y 2 verdes.**
- 3. Calcula la probabilidad de obtener un número par al lanzar al aire un dado de forma cúbica y con las caras numeradas del 1 al 6.**
- 4. En una caja hay 80 tornillos, de los que 5 son defectuosos, y se extrae uno al azar. Calcula la probabilidad de que sea uno de los defectuosos.**
- 5. El delantero de un equipo de fútbol mete dos goles de cada 5 veces que tira a puerta. ¿Cuál es la probabilidad de que meta un gol la próxima vez que efectúe un lanzamiento?**

6. En el experimento aleatorio de extraer una carta de una baraja española se consideran los sucesos



A: "La carta es de oros".

B: "La carta es una figura".

Calcula:

a) $P(A)$

b) $P(B)$

c) $P(A \cap B)$

d) $P(A \cup B)$

e) $P(\bar{A})$

f) $P(\bar{B})$

g) $P(\overline{A \cup B})$

h) $P(\overline{A \cap B})$

7. En el experimento aleatorio de extraer una bola de una urna que contiene cinco bolas blancas (B), tres bolas rojas (R) y dos verdes (V), se extrae una bola. Calcula las siguientes probabilidades:

a) La bola es blanca.

b) La bola es roja.

c) La bola es verde.

d) La bola no es blanca.

e) La bola no es roja.

f) La bola no es verde.

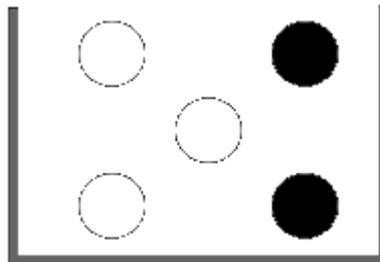
EXPERIMENTOS COMPUESTOS

1. Se lanzan dos dados tetraédricos con las caras numeradas del 1 al 4 y se anota su suma. Completa la tabla de doble entrada y calcula las siguientes probabilidades:

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

- a) La suma sea 4
- b) La suma sea 5
- c) La suma sea mayor menor que 6
- d) La suma sea mayor que 6
- e) La suma sea número par
- f) La suma sea un número primo.

2. De una urna que contiene tres bolas blancas y dos negras se extraen una a una dos bolas.



Construye un diagrama de árbol para este experimento compuesto y calcula las siguientes probabilidades:

- a) Las dos bolas extraídas son blancas.
- b) Las dos bolas extraídas son negras.
- c) Las dos bolas son de distinto color.
- d) Las dos bolas son del mismo color.
- e) Al menos una de las bolas extraídas es blanca.
- f) Al menos una de las bolas extraídas es negra.

ACTIVIDADES DE RESUMEN

1. Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o aleatorios.

- a) Sacar una bola de una urna con bolas de distintos colores.
- b) Poner un helado al sol.
- c) Salir de paseo sin paraguas mientras está lloviendo.
- d) Lanzar al aire un dado.

2. Si los sucesos A y B son compatibles y se tiene que:

$$P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Calcula $P(A \cup B)$

3. Calcula la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar al aire un dado de 8 caras numeradas del 1 al 8

4. Calcula la probabilidad de que al lanzar al aire dos dados tetraédricos con las caras numeradas del 1 al 4, los números obtenidos sumen 6

5. Halla la probabilidad de obtener dos bolas del mismo color al extraer sin devolución dos bolas de una urna que contiene 5 bolas rojas y 4 bolas verdes.